



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱

شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس

مدل عمومی برنامه ریزی خطی در حالت استاندارد

$$\text{Max } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

s.t:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_j \geq 0 \qquad (j = 1, 2, \dots, n)$$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شافوزائی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس

مدل عمومی برنامه ریزی خطی ، دارای m محدودیت و n متغیر است .
متغیرهای تصمیم با X_j (اندیس j از ۱ تا n می باشد) و ضرایب تابع هدف را با C_j نشان می دهیم. به ضرایب متغیرهای تصمیم در محدودیت های کارکردی ضرایب فنی گویند و با a_{ij} نشان داده می شوند. مقادیر سمت راست محدودیت ها را با نماد b_i (اندیس i از ۱ تا m می باشد) مشخص می کنیم.



شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس

ماتریس های مدل عمومی برنامه ریزی خطی

$$C = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_n]$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$



$$\text{Max } Z = CX$$

s.t:

$$AX \leq b$$

$$X \geq 0$$



شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس

اگر نامعادلات مدل برنامه ریزی خطی را با افزودن متغیرهای کمکی به فرم گسترده تبدیل کنیم خواهیم داشت:

$$\text{Max } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

s.t:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + S_1 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + S_2 = b_2$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + S_m = b_m$$

$$x_j \geq 0 \qquad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$S_i \geq 0 \qquad (i = 1, 2, \dots, m)$$



شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس

ماتریس های مدل عمومی برنامه ریزی خطی پس از افزودن متغیرهای کمکی

$$C = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n]$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_m \end{bmatrix}$$

$$\text{Max } Z = CX$$

s.t:

$$[A, I] \begin{bmatrix} X \\ S \end{bmatrix} = b$$

$$\begin{bmatrix} X \\ S \end{bmatrix} \geq 0$$

$$\text{Max } Z = CX$$

s.t:

$$AX + S = b$$

$$X, S \geq 0$$



شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس

مدل برنامه ریزی خطی زیر را به شکل ماتریسی تبدیل کنید.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 8x_2 + 10x_3 + 6x_4$$

s.t:

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 200$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 160$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$



شکل ماتریسی تابلوی سیمپلکس

نکته: ماتریس $[A, I]$ یک ماتریس $m \times (m + n)$ است.

نکته: ماتریس $[A, I]$ را به صورت زیر نشان می دهیم:

$$[A, I] = [P_{x1} \ P_{x2} \ \cdots \ P_{xn} \ P_{S1} \ P_{S2} \ \cdots \ P_{Sm}]$$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲
روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزانی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

در این قسمت درصدد بیان ارتباط هر تکرار از جدول های سیمپلکس با جدول ابتدایی هستیم.

کاربرد اصلی روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس در روش سیمپلکس تجدید نظر شده و فصل بعدی تحلیل حساسیت می باشد.

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	...	x_n	S_1	S_2	...	S_m	اعداد سمت راست
Z	۱	$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	♦	♦	...	♦	♦
S_1	♦	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	۱	♦	...	♦	b_1
S_2	♦	a_{21}	a_{21}	...	a_{21}	♦	۱	...	♦	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
S_m	♦	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	♦	♦	...	۱	b_m
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Z	۱	$\overline{C_1}$	$\overline{C_2}$	...	$\overline{C_n}$	$\overline{C_{s1}}$	$\overline{C_{s2}}$	...	$\overline{C_{sm}}$	Z
.	♦	$\overline{a_{11}}$	$\overline{a_{12}}$	...	$\overline{a_{1n}}$	$\overline{a_{1s1}}$	$\overline{a_{1s2}}$	...	$\overline{a_{1sm}}$	$\overline{b_1}$
.	♦	$\overline{a_{21}}$	$\overline{a_{22}}$	...	$\overline{a_{2n}}$	$\overline{a_{2s1}}$	$\overline{a_{2s2}}$	...	$\overline{a_{2sm}}$	$\overline{b_2}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
.	♦	$\overline{a_{m1}}$	$\overline{a_{m2}}$	...	$\overline{a_{mn}}$	$\overline{a_{ms1}}$	$\overline{a_{ms2}}$	...	$\overline{a_{msm}}$	$\overline{b_m}$



$$B^{-1} = I$$

$$B^{-1}$$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شافروانی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

در این قسمت در صدد بیان ارتباط هر تکرار از تکرارهای سیمپلکس با جدول ابتدایی هستیم.

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	...	x_n	S_1	S_2	...	S_m	اعداد سمت راست
Z	↓	$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	♦	♦	...	♦	♦
S_1	♦	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	↓	♦	...	♦	b_1
S_2	♦	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	♦	↓	...	♦	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
S_m	♦	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	♦	♦	...	↓	b_m
⋮		⋮			⋮					⋮
Z	↓	$\overline{C_1}$	$\overline{C_2}$	...	$\overline{C_n}$	$\overline{C_{S1}}$	$\overline{C_{S2}}$	...	$\overline{C_{Sm}}$	Z
.	♦	$\overline{a_{11}}$	$\overline{a_{12}}$	...	$\overline{a_{1n}}$	$\overline{a_{1S1}}$	$\overline{a_{1S2}}$	...	$\overline{a_{1Sm}}$	$\overline{b_1}$
.	♦	$\overline{a_{21}}$	$\overline{a_{22}}$	...	$\overline{a_{2n}}$	$\overline{a_{2S1}}$	$\overline{a_{2S2}}$	...	$\overline{a_{2Sm}}$	$\overline{b_2}$
⋮	⋮	⋮			⋮					⋮
.	♦	$\overline{a_{m1}}$	$\overline{a_{m2}}$	...	$\overline{a_{mn}}$	$\overline{a_{mS1}}$	$\overline{a_{mS2}}$	...	$\overline{a_{mSm}}$	$\overline{b_m}$

P_1 یا P_{x1} ← (row S_1)
 $\overline{P_1}$ یا $\overline{P_{x1}}$ ← (row $\overline{S_1}$)

$B^{-1} = I$ (for S_1 to S_m)
 B^{-1} (for $\overline{S_1}$ to $\overline{S_m}$)



EasyMath4U

دکتر علیرضا شافروانی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

در این قسمت در صدد بیان ارتباط هر تکرار از تکرارهای سیمپلکس با جدول ابتدایی هستیم.

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	...	x_n	S_1	S_2	...	S_m	اعداد سمت راست
Z	↓	$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	♦	♦	...	♦	♦
S_1	♦	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	↓	♦	...	♦	b_1
S_2	♦	a_{21}	a_{21}	...	a_{21}	♦	↓	...	♦	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
S_m	♦	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	♦	♦	...	↓	b_m
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Z	↓	$\bar{C}_1$	$\bar{C}_2$	...	$\bar{C}_n$	$\bar{C}_{S1}$	$\bar{C}_{S2}$	...	$\bar{C}_{Sm}$	Z
.	♦	$\bar{a}_{11}$	$\bar{a}_{12}$	...	$\bar{a}_{1n}$	$\bar{a}_{1s1}$	$\bar{a}_{1s2}$	...	$\bar{a}_{1sm}$	$\bar{b}_1$
.	♦	$\bar{a}_{21}$	$\bar{a}_{22}$	...	$\bar{a}_{2n}$	$\bar{a}_{2s1}$	$\bar{a}_{2s2}$	...	$\bar{a}_{2sm}$	$\bar{b}_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
.	♦	$\bar{a}_{m1}$	$\bar{a}_{m2}$	...	$\bar{a}_{mn}$	$\bar{a}_{ms1}$	$\bar{a}_{ms2}$	...	$\bar{a}_{msm}$	$\bar{b}_m$

P_{x2} یا P_2 ← (row 3, column 3)

$\bar{P}_{x2}$ یا $\bar{P}_2$ ← (row 7, column 3)

$B^{-1} = I$ (row 6, column 7)

B^{-1} (row 10, column 7)

روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

در این قسمت در صدد بیان ارتباط هر تکرار از تکرارهای سیمپلکس با جدول ابتدایی هستیم.

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	...	x_n	S_1	S_2	...	S_m	اعداد سمت راست
Z	↓	$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	♦	♦	...	♦	♦
S_1	♦	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	↓	♦	...	♦	b_1
S_2	♦	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	♦	↓	...	♦	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
S_m	♦	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	♦	♦	...	↓	b_m
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Z	↓	$\overline{C_1}$	$\overline{C_2}$	...	$\overline{C_n}$	$\overline{C_{S1}}$	$\overline{C_{S2}}$	...	$\overline{C_{Sm}}$	Z
.	♦	$\overline{a_{11}}$	$\overline{a_{12}}$	...	$\overline{a_{1n}}$	$\overline{a_{1S1}}$	$\overline{a_{1S2}}$	...	$\overline{a_{1Sm}}$	$\overline{b_1}$
.	♦	$\overline{a_{21}}$	$\overline{a_{22}}$	...	$\overline{a_{2n}}$	$\overline{a_{2S1}}$	$\overline{a_{2S2}}$	...	$\overline{a_{2Sm}}$	$\overline{b_2}$
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
.	♦	$\overline{a_{m1}}$	$\overline{a_{m2}}$	...	$\overline{a_{mn}}$	$\overline{a_{mS1}}$	$\overline{a_{mS2}}$	...	$\overline{a_{mSm}}$	$\overline{b_m}$

P_n یا P_{xn} ← (row x_n)
 $\overline{P_n}$ یا $\overline{P_{xn}}$ ← (row $\overline{x_n}$)

$B^{-1} = I$ (for the first table)
 B^{-1} (for the second table)



EasyMath4U

دکتر علیرضا شافروانی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

در این قسمت در صدد بیان ارتباط هر تکرار از تکرارهای سیمپلکس با جدول ابتدایی هستیم.

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	$\dots$	x_n	S_1	S_2	$\dots$	S_m	اعداد سمت راست
Z	↓	$-C_1$	$-C_2$	$\dots$	$-C_n$	♦	♦	$\dots$	♦	♦
S_1	♦	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}	↓	♦	$\dots$	♦	b_1
S_2	♦	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2n}	♦	↓	$\dots$	♦	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	$\dots$	⋮	⋮	⋮	$\dots$	⋮	⋮
S_m	♦	a_{m1}	a_{m2}	$\dots$	a_{mn}	♦	♦	$\dots$	↓	b_m
⋮	⋮	⋮	⋮	$\dots$	⋮	 $B^{-1} = I$				⋮
Z	↓	$\overline{C_1}$	$\overline{C_2}$	$\dots$	$\overline{C_n}$	$\overline{C_{s1}}$	$\overline{C_{s2}}$	$\dots$	$\overline{C_{sm}}$	Z
.	♦	$\overline{a_{11}}$	$\overline{a_{12}}$	$\dots$	$\overline{a_{1n}}$	$\overline{a_{1s1}}$	$\overline{a_{1s2}}$	$\dots$	$\overline{a_{1sm}}$	$\overline{b_1}$
.	♦	$\overline{a_{21}}$	$\overline{a_{22}}$	$\dots$	$\overline{a_{2n}}$	$\overline{a_{2s1}}$	$\overline{a_{2s2}}$	$\dots$	$\overline{a_{2sm}}$	$\overline{b_2}$
⋮	⋮	⋮	⋮	$\dots$	⋮	⋮	⋮	$\dots$	⋮	⋮
.	♦	$\overline{a_{m1}}$	$\overline{a_{m2}}$	$\dots$	$\overline{a_{mn}}$	$\overline{a_{ms1}}$	$\overline{a_{ms2}}$	$\dots$	$\overline{a_{msm}}$	$\overline{b_m}$

P_{s1} ←

$\overline{P_{s1}}$ ←



EasyMath4U

دکتر علیرضا شافوزانی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

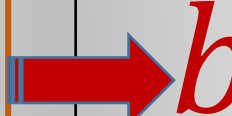
روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

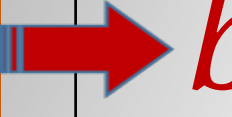
در این قسمت در صدد بیان ارتباط هر تکرار از تکرارهای سیمپلکس با جدول ابتدایی هستیم.

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	...	x_n	S_1	S_2	...	S_m	اعداد سمت راست
Z	↓	$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	♦	♦	...	♦	♦
S_1	♦	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	↓	♦	...	♦	b_1
S_2	♦	a_{21}	a_{21}	...	a_{21}	♦	↓	...	♦	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
S_m	♦	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	♦	♦	...	↓	b_m
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Z	↓	$\overline{C_1}$	$\overline{C_2}$	...	$\overline{C_n}$	$\overline{C_{S1}}$	$\overline{C_{S2}}$	...	$\overline{C_{Sm}}$	Z
.	♦	$\overline{a_{11}}$	$\overline{a_{12}}$	...	$\overline{a_{1n}}$	$\overline{a_{1S1}}$	$\overline{a_{1S2}}$	...	$\overline{a_{1Sm}}$	$\overline{b_1}$
.	♦	$\overline{a_{21}}$	$\overline{a_{22}}$	...	$\overline{a_{2n}}$	$\overline{a_{2S1}}$	$\overline{a_{2S2}}$	...	$\overline{a_{2Sm}}$	$\overline{b_2}$
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
.	♦	$\overline{a_{m1}}$	$\overline{a_{m2}}$	...	$\overline{a_{mn}}$	$\overline{a_{mS1}}$	$\overline{a_{mS2}}$	...	$\overline{a_{mSm}}$	$\overline{b_m}$

 $B^{-1} = I$

 B^{-1}

 b

 $\overline{b}$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شافروانی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

در این قسمت در صدد بیان ارتباط هر تکرار از تکرارهای سیمپلکس با جدول ابتدایی هستیم.

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	...	x_n	S_1	S_2	...	S_m	اعداد سمت راست
Z	۱	$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	♦	♦	...	♦	♦
S_1	♦	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	۱	♦	...	♦	b_1
S_2	♦	a_{21}	a_{21}	...	a_{21}	♦	۱	...	♦	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
S_m	♦	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	♦	♦	...	۱	b_m
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Z	۱	$\bar{C}_1$	$\bar{C}_2$	...	$\bar{C}_n$	$\bar{C}_{s1}$	$\bar{C}_{s2}$	...	$\bar{C}_{sm}$	Z
.	♦	$\bar{a}_{11}$	$\bar{a}_{12}$	...	$\bar{a}_{1n}$	$\bar{a}_{1s1}$	$\bar{a}_{1s2}$	...	$\bar{a}_{1sm}$	$\bar{b}_1$
.	♦	$\bar{a}_{21}$	$\bar{a}_{22}$	...	$\bar{a}_{2n}$	$\bar{a}_{2s1}$	$\bar{a}_{2s2}$	...	$\bar{a}_{2sm}$	$\bar{b}_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
.	♦	$\bar{a}_{m1}$	$\bar{a}_{m2}$	...	$\bar{a}_{mn}$	$\bar{a}_{ms1}$	$\bar{a}_{ms2}$	...	$\bar{a}_{msm}$	$\bar{b}_m$

$B^{-1} = I$

B^{-1}

قیمت های سایه ای



روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

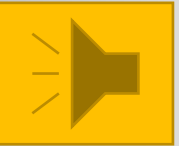
نکته :



چون متغیرهای اساسی شروع مساله عبارتند از S_1 و S_2 و S_3 و ... و S_m پس $\bar{c}$ متغیرهای اساسی شروع مساله همان قیمت های سایه منابع هستند یعنی :

$$\bar{c}_{s1} = y_1 \text{ و } \bar{c}_{s2} = y_2 \text{ و } \dots$$

نکته :



ماتریس مربع B^{-1} عبارت است از ماتریس $\bar{P}$ متغیرهای اساسی شروع مساله یعنی :

$$B^{-1} = [\bar{P}_{s1} \text{ و } \bar{P}_{s2} \text{ و } \dots \text{ و } \bar{P}_{sm}]$$



روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

برای محاسبه عناصر تابلوی سیمپلکس از روابط زیر استفاده می شود:

۱- محاسبه ستون ضرایب فنی متغیر ز اُم

$$\overline{P}_j = B^{-1} P_j$$

۲- محاسبه مقادیر سمت راست ($X_B = \bar{b}$)

$$\bar{b} = B^{-1} b$$

۳- محاسبه ضرایب سطر Z برای متغیر ز اُم

$$\overline{C}_j = C_B \overline{P}_j - C_j$$

۴- محاسبه Z کل

$$Z = C_B \bar{b}$$

[ماتریس ستونی اعداد سمت راست جدول اول]. [ماتریس سطری قیمت های سایه] $Z =$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزائی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

مثال روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

مدل اولیه و تابلوی بهینه زیر را در نظر بگیرید.
بر اساس روابط ریاضی سیمپلکس جدول نهایی را کامل کنید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 4x_2$$

s.t:

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	R_2	اعداد سمت راست
Z	۱	$\overline{C_{x1}}$	$\overline{C_{x2}}$	$\overline{C_{s1}}$	$\overline{C_{s2}}$	$\overline{C_{R2}}$	Z
S_2	♦	$\overline{a_{11}}$	$\overline{a_{12}}$	۲	$\overline{a_{1s2}}$	-۱	$\overline{b_1}$
x_1	♦	$\overline{a_{21}}$	$\overline{a_{22}}$	۱	$\overline{a_{2s2}}$	♦	$\overline{b_2}$



باید بدانید

- ۱- چطور مدل اولیه را به فرم گسترده تبدیل کنیم؟
- ۲- متغیرهای اساسی شروع مسأله کدامند؟
- ۳- قیمت های سایه را چطور تشخیص دهیم؟
- ۴- نحوه تشخیص ماتریس مربع B^{-1} چگونه است؟



۱- چطور مدل اولیه را به فرم گسترده تبدیل کنیم؟

از پلی لیست کانال درس تحقیق در عملیات ۱ را انتخاب و ویدیوی جلسه ۹ را ملاحظه فرمایید. کتاب تحقیق در عملیات ۱ در ۱۷ جلسه به طور کامل تدریس شده است.

درضمن فایل پی دی اف درس تحقیق در عملیات ۱ را می توانید از قسمت درباره کانال دانلود کنید





۲- متغیرهای اساسی شروع مسأله کدامند؟

تعداد متغیرهای اساسی با تعداد محدودیت ها برابر است . برای شناسایی متغیرهای اساسی شروع مسأله ، بخاطر اینکه تکرار اول سیمپلکس همان مبدأ مختصات است به جای متغیرهای تصمیم (x ها) صفر می گذاریم.

از بین متغیرهای کمکی (S_i) و مصنوعی (R_i) ، متغیرهایی که ضریب مثبت یک داشته باشند ، متغیرهای اساسی شروع مسأله هستند.



۳- قیمت های سایه را چطور تشخیص دهیم؟

$\bar{c}$ متغیرهای اساسی شروع مساله همان قیمت های سایه منابع هستند یعنی در این مثال:

$$\overline{c_{s1}} = y_1 \text{ و } \overline{c_{R2}} = y_2$$



۴- نحوه تشخیص ماتریس مربع B^{-1} چگونه است؟

ماتریس مربع B^{-1} عبارت است از ماتریس

$\bar{P}$ متغیرهای اساسی شروع مساله در جدول اول یا مدل اولیه
در این مثال :

$$B^{-1} = \left[\overline{P_{s1}} \text{ و } \overline{P_{R2}} \right]$$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳
حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

برای محاسبه عناصر تابلوی سیمپلکس از روابط زیر استفاده می شود:

۱- محاسبه ستون ضرایب فنی متغیر ز اُم $\bar{P}_j = B^{-1} P_j$

۲- محاسبه مقادیر سمت راست $(X_B = \bar{b})$ $\bar{b} = B^{-1} b$

۳- محاسبه ضرایب سطر Z برای متغیر ز اُم $\bar{C}_j = C_B \bar{P}_j - C_j$

۴- محاسبه Z کل $Z = C_B \bar{b}$

[ماتریس ستونی اعداد سمت راست جدول اول]. [ماتریس سطری قیمت های سایه $Z =$]



حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۱- مقادیر سمت راست در جدول نهایی سیمپلکس از کدام رابطه زیر بدست می آید؟

الف) $B^{-1} \cdot \bar{P}_j$

ب) $C_B \cdot \bar{b}$

ج) $C_B \cdot \bar{P}$

د) $B^{-1} \cdot b$

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۲- با توجه به جدول ابتدایی و نهایی به سؤالات زیر جواب دهید.



اعداد سمت راست	S_3	S_2	S_1	x_2	x_1	Z	متغیر های اساسی
•	•	•	•	-۲۰	-C	۱	Z
b	•	•	۱	۴	۸	•	S_1
۵۴۰	•	۱	•	۶	a	•	S_2
۱۰۰	۱	•	•	۱	۱	•	S_3
۳۲۰۰	•	•	۵	•	•	۱	Z
۶۰	-۱	•	$\frac{1}{4}$	•	۱	•	x_1
۶۰	-۸	۱	$\frac{1}{2}$	•	•	•	S_2
۴۰	۲	•	$-\frac{1}{4}$	۱	•	•	x_2

جدول ابتدایی

جدول نهایی

الف) b در چه دامنه ای تغییر کند تا جدول نهایی همچنان موجه باقی بماند.

ب) مقدار a را بدست آورید.

ج) به ازای چه مقادیری از c مسأله فوق جواب بهینه چند گانه دارد.

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۳- مدل برنامه ریزی خطی زیر و جدول بهینه آن را در نظر بگیرید.

الف) مقدار A چقدر است؟

ب) اعداد سمت راست جدول نهایی را بدست آورید.

ج) ضریب R_1 در سطر Z جدول بهینه را محاسبه کنید.

$$\text{Max } Z = 400x_1 + 200x_2$$

s.t:

$$x_1 + x_2 = 30$$

$$2x_1 + 8x_2 \geq 80$$

$$x_1 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_3	R_2	S_2	R_1	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
A	۵۰۰	M	۰	۰	۰	۰	۱	Z
$\bar{b}_1$	-۶	-۱	۱	۸	۰	۰	۰	S_2
$\bar{b}_2$	-۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰	x_2
۲۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	x_1

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۴- تابلوی نهایی یک مساله برنامه ریزی خطی با تابع هدف ماکزیمم و محدودیت های کوچکتر یا مساوی به صورت زیر است.
ضریب متغیر x_1 و x_2 در تابع هدف را محاسبه کنید.

متغیر های اساسی	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	اعداد سمت راست
Z	۱	۰	۰	۰	۳	۰	۳۴
S_1	۰	۰	۰	۱	۱	-۱	۲
x_2	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۶
x_1	۰	۱	۰	۰	-۱	۱	۲





EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۴

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

برای محاسبه عناصر تابلوی سیمپلکس از روابط زیر استفاده می شود:

۱- محاسبه ستون ضرایب فنی متغیر ز اُم $\bar{P}_j = B^{-1} P_j$

۲- محاسبه مقادیر سمت راست $(X_B = \bar{b})$ $\bar{b} = B^{-1} b$

۳- محاسبه ضرایب سطر Z برای متغیر ز اُم $\bar{C}_j = C_B \bar{P}_j - C_j$

۴- محاسبه Z کل $Z = C_B \bar{b}$

[ماتریس ستونی اعداد سمت راست جدول اول]. [ماتریس سطری قیمت های سایه $Z =$]

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس



۱- ضرایب فنی متغیر x_j در جدول سیمپلکس از کدام رابطه زیر بدست می آید؟

الف) $B^{-1} \cdot \bar{P}_j$

ب) $C_B \cdot \bar{b}$

ج) $C_B \cdot \bar{P}$

د) $B^{-1} \cdot P_j$

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۲- مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. جدول زیر یکی از تکرارهای سیمپلکس مدل می باشد.



الف) تحقیق کنید آیا جدول زیر بهینه است؟

ب) مقدار تابع هدف در این جدول چقدر است؟

ج) قیمت سایه ای منابع را محاسبه کنید؟

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

s.t:

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 20$$

$$x_1 + 5x_2 \geq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	R_1	S_2	R_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
	۱	۰	۰			۰	۱	Z
	۱	۰	۰			۱	۰	
	۱	۱	-۱			۰	۰	

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس



۳- مدل برنامه ریزی خطی زیر و جدول نهایی آن را در نظر بگیرید.

الف) متغیرهای اساسی تابلوی نهایی را بنویسید.

ب) مقدار a چقدر است؟

ج) مقدار b را محاسبه کنید؟

د) مقادیر (e, d, c) در تابلوی سیمپلکس کدامند؟

و) مقدار f در تابلوی سیمپلکس کدام است؟

$$\text{Max } Z = 3x_1 + x_2$$

s.t:

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	R_1	R_2	اعداد سمت راست
Z	۱	•	•	a	$\frac{1}{2}$	$M+\frac{3}{2}$	b	c
	•	۱	•	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	d
	•	•	۱	•	f	•	۱	e



حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۴- اگر A یک ماتریس مرتبه 3×4 و مرتبه I برابر ۳ باشد آنگاه مرتبه ماتریس $[A, I]$ چیست؟

الف) 7×7

ب) 3×3

ج) 7×4

د) 3×7



حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۵- تابلوی بهینه یک مساله برنامه ریزی خطی به صورت زیر داده شده است. اعداد سمت راست محدودیت ها در مدل اولیه کدام است؟

اعداد سمت راست	S_2	S_1	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۲۴	۸	۰	۰	۱۶	۱	Z
۲	$-\frac{4}{3}$	۱	۰	$-\frac{10}{3}$	۰	S_1
۱	$\frac{1}{3}$	۰	۱	$\frac{4}{3}$	۰	x_2

(الف) $\left(\frac{11}{3} \text{ و } -\frac{20}{3}\right)$

(ب) $\left(\frac{1}{3} \text{ و } \frac{2}{3}\right)$

(ج) $(0 \text{ و } 80)$

(د) $(3 \text{ و } 6)$



روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

برای محاسبه عناصر تابلوی سیمپلکس از روابط زیر استفاده می شود:

۱- محاسبه ستون ضرایب فنی متغیر ز اُم $\bar{P}_j = B^{-1} P_j$

۲- محاسبه مقادیر سمت راست $(X_B = \bar{b})$ $\bar{b} = B^{-1} b$

۳- محاسبه ضرایب سطر Z برای متغیر ز اُم $\bar{C}_j = C_B \bar{P}_j - C_j$

۴- محاسبه Z کل $Z = C_B \bar{b}$

[ماتریس ستونی اعداد سمت راست جدول اول]. [ماتریس سطری قیمت های سایه $Z =$



تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۵
حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس
دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

برای محاسبه عناصر تابلوی سیمپلکس از روابط زیر استفاده می شود:

۱- محاسبه ستون ضرایب فنی متغیر ز اُم $\bar{P}_j = B^{-1} P_j$

۲- محاسبه مقادیر سمت راست $(X_B = \bar{b})$ $\bar{b} = B^{-1} b$

۳- محاسبه ضرایب سطر Z برای متغیر ز اُم $\bar{C}_j = C_B \bar{P}_j - C_j$

۴- محاسبه Z کل $Z = C_B \bar{b}$

[ماتریس ستونی اعداد سمت راست جدول اول]. [ماتریس سطری قیمت های سایه $Z =$

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۱- برای محاسبه ضرایب سطر Z متغیر z اُم جدول نهایی سیمپلکس از کدام رابطه زیر استفاده می شود؟



الف) $C_B B^{-1} - \bar{P}_j$

ب) $C_B \bar{P}_j - C_j$

ج) $C_B \cdot \bar{P}$

د) $B^{-1} \cdot \bar{b} - C_B \bar{P}_j$

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۲- مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. جدول بهینه مدل به صورت زیر داده شده است.

اعداد سمت راست	S_2	S_1	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
e	•	d	•	۲	a	۱	Z
f	•	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	b	•	x_3
g	۱	-۱	•	۵	c	•	S_2

مطلوب است :

الف) مقدار عناصر a , b , و c را محاسبه کنید.

ب) مقدار d را محاسبه کنید.

ج) مقدار عناصر e , f , و g را محاسبه کنید.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شافوزانی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۳- با توجه به جدول ابتدایی و نهایی به سؤالات زیر جواب دهید.

اعداد سمت راست	R_2	S_2	S_1	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
-4M	•	M	•	-M-4	-2M-6	۱	Z
b_1	•	•	۱	•	۱	•	S_1
b_2	۱	-۱	•	۱	۲	•	R_2
۶۰	M	•	۶	C	•	۱	Z
۱۶	a	۱	۲	۱	•	•	S_2
۱۰	•	•	۱	۱	۱	•	x_1

جدول ابتدایی

جدول نهایی

الف) متغیرهای غیر اساسی تابلوی نهایی کدامند.

ب) مقدار a در تابلوی نهایی را بدست آورید.

ج) مقادیر b_1 و b_2 را محاسبه کنید.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزانی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۶
حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

برای محاسبه عناصر تابلوی سیمپلکس از روابط زیر استفاده می شود:

۱- محاسبه ستون ضرایب فنی متغیر ز اُم $\bar{P}_j = B^{-1} P_j$

۲- محاسبه مقادیر سمت راست $(X_B = \bar{b})$ $\bar{b} = B^{-1} b$

۳- محاسبه ضرایب سطر Z برای متغیر ز اُم $\bar{C}_j = C_B \bar{P}_j - C_j$

۴- محاسبه Z کل $Z = C_B \bar{b}$

[ماتریس ستونی اعداد سمت راست جدول اول]. [ماتریس سطری قیمت های سایه $Z =$]

حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۱- برای محاسبه Z^* جدول نهایی سیمپلکس از کدام رابطه زیر استفاده می شود؟

الف) $B^{-1} \cdot \bar{P}_j$

ب) $C_B \cdot \bar{b}$

ج) $C_B \cdot \bar{P}$

د) $B^{-1} \cdot \bar{b}$



حل تمرین روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

۳- مدل برنامه ریزی خطی و جدول بهینه آن را در نظر بگیرید.

اعداد سمت راست	S_2	S_1	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۲۱۲	$\frac{22}{15}$	$\frac{6}{5}$	•	•	۱	Z
۴	$\frac{-1}{15}$	$\frac{2}{5}$	۱	•	•	x_2
۱۸	$\frac{1}{5}$	$\frac{-1}{5}$	•	۱	•	x_1

مطلوب است:

الف) مقدار C_2 چقدر است؟

ب) مقادیر b_1 و b_2 را بدست آورید.

ج) مقدار A را محاسبه کنید.



$$\text{Max } Z = 10x_1 + C_2x_2$$

s.t:

$$x_1 + Ax_2 \leq b_1$$

$$6x_1 + 3x_2 \leq b_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۷

نکات شکل ماتریسی و روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



نکات شکل ماتریسی و روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

- ۱- ماتریس A ، یک ماتریس $m \times n$ است که بیانگر ضرایب فنی متغیرهای تصمیم در محدودیت های کارکردی مدل برنامه ریزی خطی است.
- ۲- بردار b ، برداری $m \times 1$ است که بیانگر مقادیر سمت راست در محدودیت های کارکردی مدل برنامه ریزی خطی است.
- ۳- بردار C ، برداری $1 \times n$ است که بیانگر مقدار ضرایب متغیرهای تصمیم در تابع هدف است.
- ۴- ماتریس B^{-1} ، ماتریسی $m \times m$ است که از ضرایب فنی متغیرهای آغازین در تابلوی سیمپلکس بدست می آید.
- ۵- ارزش واقعی هر واحد از منبع در دسترس را قیمت سایه ای آن منبع گویند.



نکات شکل ماتریسی و روابط ریاضی تابلوی سیمپلکس

- ۶- برای بدست آوردن قیمت سایه ای یک منبع باید ارزش مثبت متغیر آغازین آن منبع را در سطر صفر تابلوی بهینه در نظر گرفت.
- ۷- علت اضافه شدن متغیر مصنوعی، شروع روش سیمپلکس از مبدا مختصات است.
- ۸- اضافه کردن متغیر مصنوعی سبب می شود مبدا مختصات به طریق مصنوعی موجه تلقی شود.
- ۹- برای جلوگیری از توقف در یک گوشه غیر موجه، جریمه ای به مقدار $-M$ در تابع هدف ماکزیمم برای متغیر مصنوعی در نظر گرفته می شود.
- ۱۰- در روش سیمپلکس تابلوی آغازین تابلویی است که بیانگر مدل برنامه ریزی خطی متناسب با حل به طریق سیمپلکس می باشد.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۸
سیمپلکس تجدید نظر شده (مدل استاندارد)

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روش سیمپلکس تجدید نظر شده

در روش سیمپلکس تجدید نظر شده برای هر تابلوی سیمپلکس یک مرحله می نویسیم و در هر مرحله سه گام زیر را داریم :

گام ۱ - تعیین متغیر ورودی

در روش سیمپلکس ، منفی ترین عدد سطر تابع هدف را متغیر ورودی می گرفتیم. متغیرهای اساسی در سطر تابع هدف مقدار صفر دارند پس متغیرهای اساسی هیچ گاه به عنوان متغیر ورودی انتخاب نمی شوند. در این گام کافی است:

$\bar{C}$ متغیرهای غیر اساسی را بدست آوریم و از بین آنها منفی ترین مقدار متغیر ورودی است.

گام ۲ - تعیین متغیر ورودی

برای تعیین متغیر خروجی ، در مرحله اول ماتریس های P متغیر ورودی و b و در مراحل بعدی ماتریس های $\bar{P}$ متغیر ورودی و $\bar{b}$ را بدست می آوریم . کوچکترین حاصل تقسیم عناصر ماتریس b یا $\bar{b}$ بر عناصر مثبت (غیر از مقادیر صفر و منفی) ماتریس P یا $\bar{P}$ همان متغیر خروجی می باشد.

گام ۳ - تعیین B^{-1} جدید

برای بدست آوردن ماتریس بنیادی (E) ، می بایست از P یا $\bar{P}$ متغیر ورودی استفاده کنیم و عنصر لولای آن را مشخص نماییم. این ماتریس را به ماتریس ستونی دیگری تبدیل می کنیم که در آن عدد لولا معکوس شده و سایر اعداد ، ابتدا در منفی یک ضرب و عدد لولا به آنها تقسیم شده است. سپس ماتریس واحدی را در نظر می گیریم که بر اساس شماره سطر عنصر لولا ، ماتریس ستونی جدید را جایگزین ستوت متناظر ماتریس واحد می کنیم یعنی اگر در ماتریس ضرایب فنی زیر متغیر ورودی مثلاً عدد دوم لولاست پس ستون دوم ماتریس واحد حذف و ماتریس ستونی جدید را جایگزین می نماییم.

$$B_{\text{قدیم}}^{-1} = E \cdot B_{\text{جدید}}^{-1}$$

{	عدد لولا	→	معکوس
	سایر اعداد	→	$\frac{\text{عدد } (-1)}{\text{عدد لولا}}$



سیمپلکس تجدید نظر شده (مدل استاندارد)

مدل برنامه ریزی خطی زیر را به روش سیمپلکس تجدید نظر شده حل کنید.

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$$

s.t:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 430$$

$$3x_1 + 2x_3 \leq 460$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 420$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۸
سیمپلکس تجدید نظر شده (مدل استاندارد)

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روش سیمپلکس تجدید نظر شده

در روش سیمپلکس تجدید نظر شده برای هر تابلوی سیمپلکس یک مرحله می نویسیم و در هر مرحله سه گام زیر را داریم :

گام ۱ - تعیین متغیر ورودی

در روش سیمپلکس ، منفی ترین عدد سطر تابع هدف را متغیر ورودی می گرفتیم. متغیرهای اساسی در سطر تابع هدف مقدار صفر دارند پس متغیرهای اساسی هیچ گاه به عنوان متغیر ورودی انتخاب نمی شوند. در این گام کافی است:

$\bar{C}$ متغیرهای غیر اساسی را بدست آوریم و از بین آنها منفی ترین مقدار متغیر ورودی است.

گام ۲ - تعیین متغیر خروجی

برای تعیین متغیر خروجی ، در مرحله اول ماتریس های P متغیر ورودی و b و در مراحل بعدی ماتریس های $\bar{P}$ متغیر ورودی و $\bar{b}$ را بدست می آوریم . کوچکترین حاصل تقسیم عناصر ماتریس b یا $\bar{b}$ بر عناصر مثبت (غیر از مقادیر صفر و منفی) ماتریس P یا $\bar{P}$ همان متغیر خروجی می باشد.

گام ۳ - تعیین B^{-1} جدید

برای بدست آوردن ماتریس بنیادی (E) ، می بایست از P یا $\bar{P}$ متغیر ورودی استفاده کنیم و عنصر لولای آن را مشخص نماییم. این ماتریس را به ماتریس ستونی دیگری تبدیل می کنیم که در آن عدد لولا معکوس شده و سایر اعداد ، ابتدا در منفی یک ضرب و عدد لولا به آنها تقسیم شده است. سپس ماتریس واحدی را در نظر می گیریم که بر اساس شماره سطر عنصر لولا ، ماتریس ستونی جدید را جایگزین ستون متناظر ماتریس واحد می کنیم یعنی اگر در ماتریس ضرایب فنی زیر متغیر ورودی مثلاً عدد دوم لولاست پس ستون دوم ماتریس واحد حذف و ماتریس ستونی جدید را جایگزین می نماییم.

$$B_{\text{قدیم}}^{-1} = E \cdot B_{\text{جدید}}^{-1}$$

{	عدد لولا	→	معکوس
	سایر اعداد	→	$\frac{\text{عدد } (-1)}{\text{عدد لولا}}$



سیمپلکس تجدید نظر شده (مدل استاندارد)

مدل برنامه ریزی خطی زیر را به روش سیمپلکس تجدید نظر شده حل کنید.

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$$

s.t:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 430$$

$$3x_1 + 2x_3 \leq 460$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 420$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۹
سیمپلکس تجدید نظر شده (مدل غیر استاندارد)

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



سیمپلکس تجدید نظر شده (مدل غیر استاندارد)

مدل برنامه ریزی خطی زیر را به روش سیمپلکس تجدید نظر شده حل کنید.

$$\text{Min } Z = 2x_1 + x_2$$

s.t:

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۰
نکات سیمپلکس تجدید نظر شده

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



نکات سیمپلکس تجدید نظر شده

- ۱- شماره سطر عنصر لولا ، تعیین کننده ستون غیر یکه در ماتریس بنیادی است.
- ۲- ابعاد ماتریس بنیادی همواره با ابعاد B^{-1} ، برابر است .
- ۳- اگر در یک محدودیت ، فقط متغیر مصنوعی برای متعارف سازی وجود داشته باشد آن محدودیت به صورت مساوی بوده است.
- ۴- اگر مقدار $\bar{c}$ یک متغیر غیر اساسی در تکرار نهایی سیمپلکس تجدید نظر شده صفر باشد مدل دارای حالت خاص بهینه چند گانه است .
- ۵- اگر حداقل یکی از متغیرهای اساسی در تکرار نهایی سیمپلکس تجدید نظر شده مصنوعی باشد و $\bar{c}$ یکی از متغیرهای غیر اساسی صفر باشد مدل دارای حالت خاص فاقد ناحیه موجه است .



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزائی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

نکات سیمپلکس تجدید نظر شده

۶- در روش سیمپلکس تجدید نظر شده، شماره سطر عنصر لولا تعیین کننده رتبه ستون غیری که در ماتریس بنیادی است.

۷- در تکرار آخر سیمپلکس تجدید نظر شده،

یکی از عناصر b^- صفر است. مدل دارای حالت خاص تبهگن است.

۸- مقدار Z بهینه در روش سیمپلکس تجدید نظر شده از رابطه $Z = C_B \bar{b}$ بدست می آید.

۹- در روش سیمپلکس تجدید نظر شده، ماتریس B^{-1}

از ضرایب فنی متغیرهای آغازین (همان متغیرهای اساسی شروع مساله) بدست می آید.

۱۰- یک ماتریس مربع ناویژه که کلیه ستونهای آن به استثنای یک ستون آن همگی واحد باشند، ماتریس بنیادی نامیده می شود.



تست سیمپلکس تجدید نظر شده

۱- کدام یک از روابط زیر درست است؟

$$\text{الف) } B_{Old}^{-1} = E \cdot B_{New}^{-1}$$

$$\text{ب) } Z = C_B \cdot \bar{b}$$

$$\text{ج) } X_B = B^{-1} \cdot \bar{b}$$

$$\text{د) } \bar{C}_j = B^{-1} \cdot \bar{P}_j - C_j$$



تست سیمپلکس تجدید نظر شده

۲- در صورتی که در روش سیمپلکس تجدید نظر شده $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

$\bar{P} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و ۲ عنصر لولا باشد، ماتریس بنیادی آن کدام گزینه است؟

(الف) $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(ب) $\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(ج) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(د) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شافوزائی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تست سیمپلکس تجدید نظر شده

۳- با توجه به اطلاعات سوال قبل، ماتریس B^{-1}_{New} کدام است؟

(ب) $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(د) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(الف) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(ج) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۱

تحلیل حساسیت ترسیمی

تحلیل حساسیت اعداد سمت راست و محاسبه قیمت های سایه منابع

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحلیل حساسیت یا تحلیل پس بهینگی رویه ای است که به طور کلی بعد از یافتن جواب بهینه به اجرا در می آید.

این تحلیل تعیین کننده میزان حساسیت جواب بهینه در مقابل تغییرات معینی در مدل اصلی و پارامترهای مدل است.



مدل استاندارد

تابع هدف $\longrightarrow$ $Max Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$

s.t:

محدودیت ها $\longrightarrow$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 430$$

$$3x_1 + 2x_3 \leq 460$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 420$$

متغیرهای تصمیم $\longrightarrow$ $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

پارامترهای مدل می توانند مقادیر منطقی متفاوتی را اختیار کنند و دو حالت زیر با تغییر پارامتر رخ می دهد:

۱ – با تغییر پارامتر ، تأثیری روی جواب بهینه نداشته باشد.

۲ – با اندک تغییری در پارامتر ، ممکن است اصولاً به جواب بهینه جدیدی برسیم .

اهمیت این موضوع وقتی بیشتر می شود که در اثر این تغییرات ، مقدار تابع هدف بهینه قبلی کاملاً نامناسب و حتی در مواردی جواب مسأله غیر موجه می شود.



تحلیل حساسیت

تحلیل حساسیت بسته به تعداد متغیرهای مسأله به صورت های زیر انجام می شود:

الف) تحلیل حساسیت ترسیمی

ب) تحلیل حساسیت سیمپلکس

تحلیل حساسیت ترسیمی

در تحلیل حساسیت ترسیمی چهار وضعیت زیر بررسی می شود:

- ۱- تحلیل حساسیت اعداد سمت راست
- ۲- محاسبه قیمت های سایه منابع
- ۳- تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف
- ۴- افزودن محدودیت جدید

مثال تحلیل حساسیت ترسیمی

مدل برنامه ریزی خطی زیر و حل ترسیمی آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

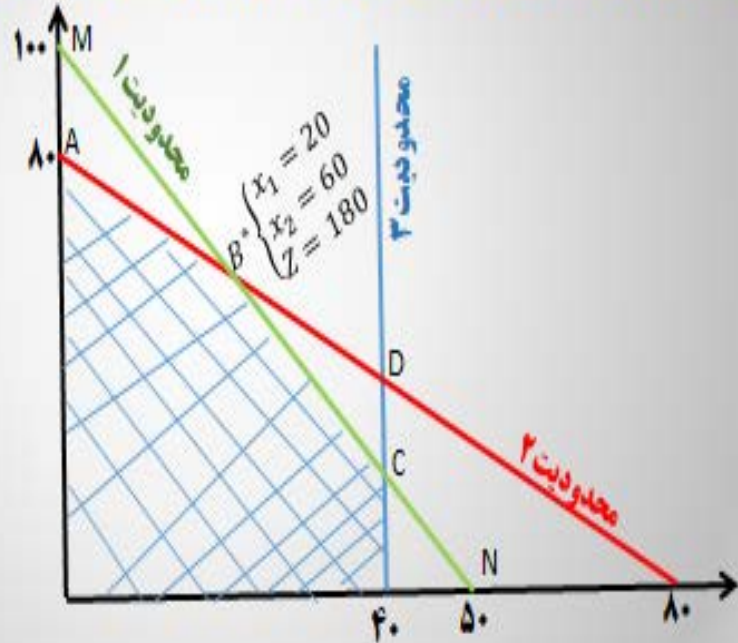
St:

محدودیت ۱ $2x_1 + x_2 \leq 100$

محدودیت ۲ $x_1 + x_2 \leq 80$

محدودیت ۳ $x_1 \leq 40$

$$x_1, x_2 \geq 0$$





مثال تحلیل حساسیت ترسیمی

مدل برنامه ریزی خطی زیر و حل ترسیمی آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

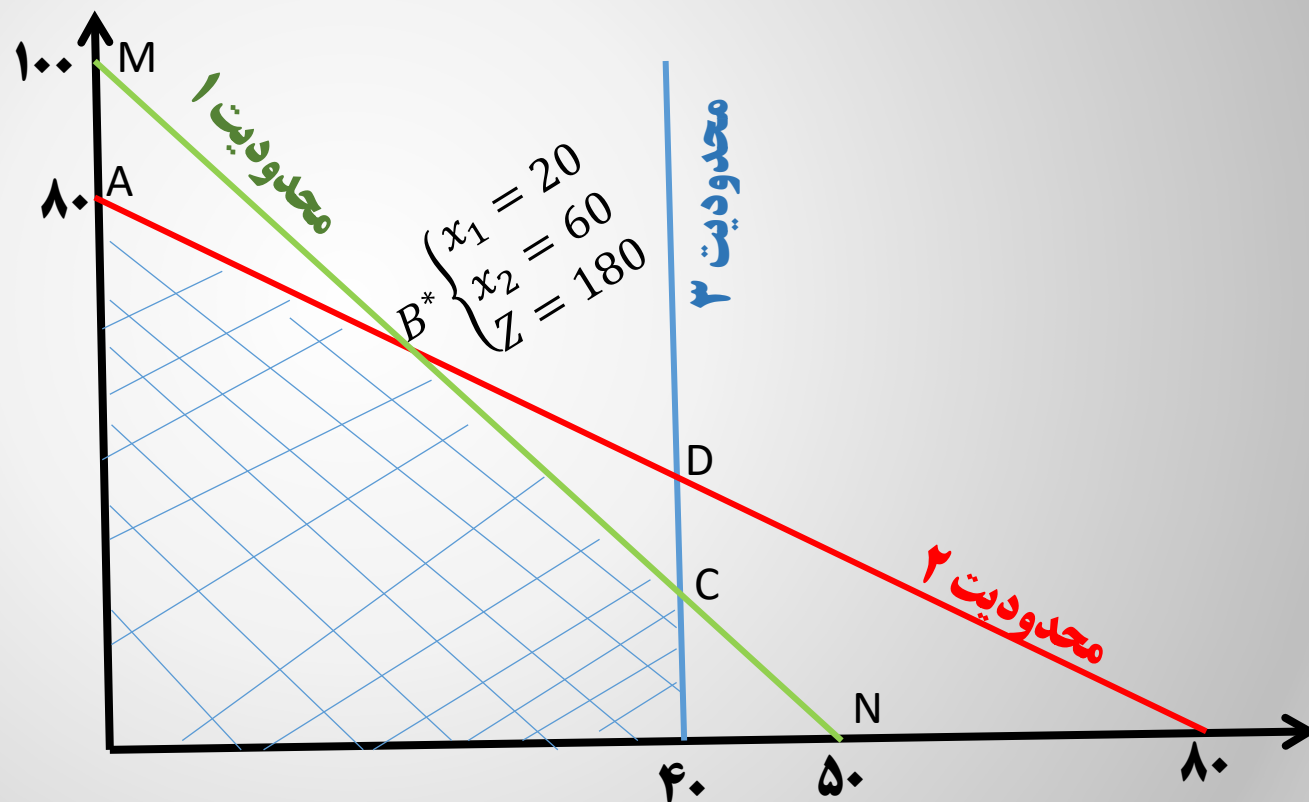
St:

محدودیت ۱ $2x_1 + x_2 \leq 100$

محدودیت ۲ $x_1 + x_2 \leq 80$

محدودیت ۳ $x_1 \leq 40$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



تحلیل حساسیت ترسیمی

نقطه B ، نقطه بهینه مدل برنامه ریزی خطی فوق است و چون این نقطه روی محدودیت های ۱ و ۲ قرار دارد پس این دو محدودیت ، محدودیت های الزام آور یا فعال هستند و متغیرهای کمکی مربوط به این دو محدودیت یعنی $S1$ و $S2$ دارای مقدار صفرند.
یعنی $S1=0$ و $S2=0$

منابع محدودیت های الزام آور کمیاب است یعنی به منابع اول و دوم منابع کمیاب می گویند.

محدودیت ۳ که نقطه بهینه روی آن قرار ندارد محدودیت غیر الزام آور می باشد و به منبع آن یعنی $S3$ منبع غیر کمیاب می گویند.

۱- تحلیل حساسیت ترسیمی

سؤالاتی که در این قسمت مطرح می شوند:

۱- تحلیل حساسیت اعداد سمت راست

الف (افزایش عدد سمت راست یک محدودیت الزام آور

ب (کاهش عدد سمت راست یک محدودیت الزام آور

ج (کاهش عدد سمت راست یک محدودیت غیر الزام آور

۲- محاسبه قیمت های سایه منابع

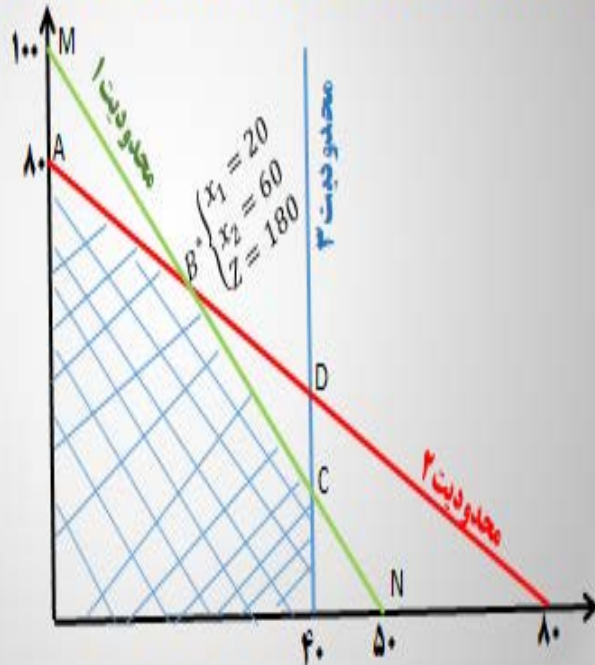
۳- تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف

۴- افزودن محدودیت جدید

مثال تحلیل حساسیت ترسیمی

مدل برنامه ریزی خطی زیر و حل ترسیمی آن را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 3x_1 + 2x_2 \\ \text{St:} \\ \text{محدودیت ۱} \quad 2x_1 + x_2 &\leq 100 \\ \text{محدودیت ۲} \quad x_1 + x_2 &\leq 80 \\ \text{محدودیت ۳} \quad x_1 &\leq 40 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



۱- تحلیل حساسیت اعداد سمت راست

الف (افزایش عدد سمت راست یک محدودیت الزام آور

- سؤال ۱- حداکثر افزایش عدد سمت راست محدودیت اول را تعیین کنید ؟
- سؤال ۲- حداکثر افزایش عدد سمت راست محدودیت دوم را تعیین کنید ؟

نکته - با افزایش عدد سمت راست ، محدودیت به موازات خود حرکت می کند.

محدودیت الزام آور تا نقطه ای افزایش پیدا می کند که زاید نشود

پس از یافتن نقطه مورد نظر ، کافی است مختصات آن را در محدودیت الزام آور مربوطه قرار دهیم تا حداکثر افزایش عدد سمت راست بدست آید.

۱- تحلیل حساسیت اعداد سمت راست

ب (کاهش عدد سمت راست یک محدودیت الزام آور

سؤال ۳- حداکثر کاهش عدد سمت راست محدودیت دوم را تعیین کنید ؟

سؤال ۴- حداکثر کاهش عدد سمت راست محدودیت اول را بدست آورید؟

سؤال ۵- دامنه تغییرات عدد سمت راست محدودیت اول را بدست آورید؟

سؤال ۶- دامنه تغییرات عدد سمت راست محدودیت دوم را تعیین کنید ؟

نکته :

میزان کاهش عدد سمت راست یک محدودیت الزام آور در حدی است که محدودیت های الزام آور همچنان الزام آور باقی بمانند.

پس از یافتن نقطه مورد نظر ، کافی است مختصات آن را در محدودیت الزام آور مربوطه قرار دهیم تا حداکثر کاهش عدد سمت راست بدست آید.

۱- تحلیل حساسیت اعداد سمت راست

ج) کاهش عدد سمت راست یک محدودیت غیر الزام آور

سؤال ۷- حداکثر کاهش عدد سمت راست محدودیت سوم را تعیین کنید؟

نکته - میزان کاهش عدد سمت راست یک محدودیت غیر الزام آور در حدی است که این کاهش موجب کاهش مقدار بهینه تابع هدف نشود. این میزان به ازای عبور محدودیت غیر الزام آور از نقطه بهینه بدست می آید.

محدودیت غیر الزام آور تا نقطه بهینه کاهش پیدا می کند.

کافی است مختصات نقطه بهینه را در محدودیت غیر الزام آور قرار دهیم تا حداکثر کاهش عدد سمت راست آن بدست آید.

۲- محاسبه قیمت های سایه منابع

با توجه به حل ترسیمی مدل :

سؤال ۱ - قیمت سایه منبع اول را محاسبه کنید .

سؤال ۲ - قیمت سایه منبع دوم را محاسبه کنید .

سؤال ۳ - قیمت سایه منبع سوم را محاسبه کنید .

همیشه مایلیم بدانیم که کدام یک از منابع دارای اولویت بیشتری در تخصیص سرمایه است. چون خواهان افزایش سود هستیم (با توجه به تابع هدف) در منبعی که بیشتر موجب افزایش سود گردد ، مایل به سرمایه گذاری هستیم.

قیمت های سایه در هر مسأله به تعداد محدودیت های آن مسأله می باشد. قیمت سایه هر منبع نشان دهنده میزان بهبود مقدار بهینه تابع هدف به ازای افزایش هر واحد عدد سمت راست آن محدودیت می باشد.

در صورتی که اعداد سمت راست نشان دهنده میزان منابع موجود باشد قیمت های سایه منعکس کننده ارزش اقتصادی هر واحد از آن منبع است و نرخ تغییرات مقدار تابع هدف را به ازای افزایش یک واحد منبع نشان می دهد.

اگر y_i ارزش هر واحد از منبع i باشد، آنگاه y_i از فرمول زیر بدست می آید:

$$y_i = \frac{\Delta Z}{\Delta b_i}$$

۲- محاسبه قیمت های سایه منابع

❖ منابع محدودیت های الزام آور ، کمیاب و منابع محدودیت های غیر الزام آور ، غیر کمیاب است. مقدار متغیر کمکی (S) منابع کمیاب ، صفر و مقدار متغیر کمکی (S) منابع غیر کمیاب ، غیر صفر است.

❖ بر اساس روابط مکمل و با توجه به رابطه $sy = 0$ در صورتی که S صفر باشد پس مقدار y غیر صفر است و در صورتی که S غیر صفر باشد پس مقدار y (قیمت سایه منبع) صفر است.

❖ بنابر آنچه گفته شد قیمت سایه محدودیت های غیر الزام آور (در اینجا محدودیت سوم) صفر است یعنی $y_3 = 0$ و فقط می توانیم قیمت سایه محدودیت های الزام آور (محدودیت های ۱ و ۲) را محاسبه کنیم.

مثال این جلسه از طریق روش سیمپلکس حل شده است و جدول پایانی آن به صورت زیر است. بر اساس ویدیوی تدریس تحلیل حساسیت سیمپلکس :

- دامنه تغییرات اعداد سمت راست هر سه محدودیت را بدست آورید و با جوابی که از این جلسه بدست آورده اید مقایسه کنید.
- قیمت سایه هر سه منبع را از جدول نهایی زیر بدست آورید و با جوابی که از روش ترسیمی بدست آورده اید مقایسه کنید.

اعداد سمت راست	S_3	S_2	S_1	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۱۸۰	۰	۱	۱	۰	۰	۱	Z
۶۰	۰	۲	-۱	۱	۰	۰	x_2
۲۰	۱	۱	-۱	۰	۰	۰	S_3
۲۰	۰	-۱	۱	۰	۱	۰	x_1



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۲

تحلیل حساسیت ترسیمی

تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف و افزودن محدودیت جدید

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

۳- تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف

با توجه به حل ترسیمی مدل :

سؤال ۱- دامنه تغییرات ضریب x_1 در تابع هدف را محاسبه کنید .

سؤال ۲- دامنه تغییرات ضریب x_2 در تابع هدف را محاسبه کنید .

در این قسمت تأثیر تغییر ضرایب تابع هدف بر جواب بهینه بررسی می شود. تغییر ضرایب تابع هدف موجب تغییر شیب تابع هدف می شود. اگر این تغییر زیاد باشد می تواند موجب تغییر نقطه بهینه گردد.

هدف تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف ، تعیین دامنه تغییرات برای یکی از ضرایب به گونه ای است که تغییرات در این دامنه موجب تغییر نقطه بهینه نشود.

۳- تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف

نکته

برای تعیین دامنه تغییرات یکی از ضرایب متغیرهای تصمیم در تابع هدف :

به جای ضریب متغیر تصمیم مورد نظر در تابع هدف ، پارامتر C_j را قرار دهید و شیب تابع هدف را بدست آورید . آنگاه شیب تابع هدف را با شیب محدودیت های الزام آور مساوی قرار دهید تا دامنه مورد نظر بدست آید.

شیب هر یک از محدودیت های الزام آور = شیب تابع هدف

۳- تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف

نکته :

مدل به ازای حد های پایین و بالای بدست آمده در
دامنه تغییرات ضرایب متغیرهای تصمیم در تابع هدف
حالت خاص جواب بهینه چندگانه دارد.

۴- افزودن محدودیت جدید

محدودیت جدیدی که به مدل اضافه می شود یا زائد است یا مؤثر.

محدودیت زائد محدودیتی است که وجود آن در افزایش یا کاهش منطقه موجه هیچ نقشی نداشته باشد (بود و نبود آن فرقی به حال مسأله نکند) اما محدودیت مؤثر، محدودیتی است که بر منطقه موجه اثر می گذارد و باعث کاهش منطقه موجه و در نتیجه تغییر نقطه بهینه می شود.

برای تشخیص اینکه محدودیت اضافه شده، زائد است یا مؤثر، کافی است که مختصات نقطه بهینه را در محدودیت جدید قرار دهیم. اگر رابطه درست بود و صدق کرد می گوییم محدودیت جدید، زائد است و اگر رابطه درست نبود و صدق نکرد می گوییم محدودیت جدید، مؤثر است و بر نقطه بهینه اثر می گذارد.

۴- افزودن محدودیت جدید

مثال ۱- چنانچه محدودیت جدید $3x_1 + 4x_2 \leq 400$ به مدل اضافه شود، بررسی کنید این محدودیت چه تأثیری بر نقطه بهینه دارد؟

(۶۰ و ۲۰) مختصات نقطه بهینه

۴- افزودن محدودیت جدید

مثال ۲- چنانچه محدودیت جدید $x_1 + 3x_2 \geq 250$ به مدل اضافه شود،
بررسی کنید این محدودیت چه تأثیری بر نقطه بهینه دارد؟
(۶۰ و ۲۰) مختصات نقطه بهینه



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۳

**تحلیل حساسیت سیمپلکس
بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف**

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحلیل حساسیت سیمپلکس

هر گاه متغیرهای تصمیم از ۲ به ۳ افزایش یابد استفاده از روش هندسی یا ترسیمی برای تحلیل تأثیر پارامترهای مدل بر جواب بهینه مشکل و در صورتی که به بیش از ۳ متغیر افزایش یابد غیر ممکن خواهد بود. لذا در این شرایط می توان از جدول بهینه سیمپلکس استفاده کرد و تحلیل حساسیت تأثیر تغییر پارامتر بر جدول بهینه را بررسی کنیم.

تحلیل حساسیت سیمپلکس

انواع تغییرات در پارامترهای مدل شامل موارد زیر می باشد:

- ۱- بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای غیر اساسی
- ۲- بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای اساسی
- ۳- تغییر در مقدار سمت راست یک محدودیت (b_i)
- ۴- تغییر در ضرایب فنی (P_j)
- ۵- اضافه شدن یک متغیر تصمیم جدید (x_i)
- ۶- اضافه شدن یک محدودیت جدید
- ۷- تغییر همزمان بیش از یک پارامتر (قانون ۱۰۰٪)

۱ - بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای غیر اساسی

در این مبحث به دنبال بررسی اثر تغییر ضریب متغیرهای تصمیم غیر اساسی در تابع هدف هستیم. ضریب متغیرهای کمکی در تابع هدف صفر است لذا بررسی ضرایب متغیرهای کمکی در تابع هدف بی معنی می باشد.

تغییر در ضرایب تابع هدف صرفاً بر بهینگی تابلوی سیمپلکس اثر دارد.

نکته:

با تغییر ضریب یک متغیر تصمیم غیر اساسی در تابع هدف کافی است آن متغیر را مجدداً محاسبه کنیم.

۱ - بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای غیر اساسی

مثال - مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

الف) چنانچه ضریب x_1 در تابع هدف از ۶ به ۸ تغییر یابد چه اثری بر جدول بهینه دارد؟

ب) چنانچه ضریب x_2 در تابع هدف از ۲ به ۵ تغییر یابد چه اثری بر جدول بهینه دارد؟

۱ - بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای غیر اساسی

حال ممکن است این سؤال مطرح شود که چه دامنه ای را برای ضرایب متغیرهای غیر اساسی

x_1 و x_2

در تابع هدف می توان در نظر گرفت به طوری که در آن دامنه ، جواب بهینه فعلی بدون تغییر باقی بماند؟

نکته:

برای تعیین دامنه یا حدود تغییرات ضریب یک متغیر تصمیم غیر اساسی

در تابع هدف کافی است $\bar{C}$

آن متغیر غیر اساسی را بزرگتر مساوی صفر بگذاریم و نامعادله را حل کنیم.

.

۱ - بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای غیر اساسی

مثال - مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$Max Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

الف) حدود تغییرات ضریب x_1 در تابع هدف را به گونه ای پیدا کنید که جواب بهینه تغییر نکند.

ب) دامنه تغییرات ضریب x_2 در تابع هدف (C_{x_2}) را به گونه ای پیدا کنید که جدول فعلی، بهینه باقی بماند.

۲ - بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای اساسی

در این مبحث به دنبال بررسی اثر تغییر ضریب متغیرهای تصمیم اساسی در تابع هدف هستیم. متغیرهای اساسی در سطر تابع هدف مقدار صفر دارند

نکته:

برای بررسی اثر تغییر ضریب یک متغیر تصمیم اساسی در تابع هدف کافی است $\bar{C}$ متغیرهای غیر اساسی را مجدداً محاسبه کنیم

۲- بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای اساسی

مثال - مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

$s.t:$

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

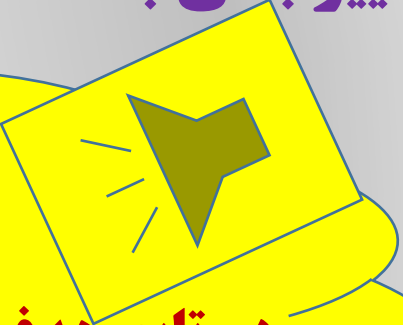
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	اعداد سمت راست
Z	1	10	2	0	4	0	96
x_3	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0	8
S_2	0	-2	5	0	-1	1	6

چنانچه ضریب x_3 در تابع هدف از ۱۲ به ۴ تغییر یابد چه اثری بر جدول بهینه دارد؟

۲ - بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای اساسی

حال ممکن است این سؤال مطرح شود که چه دامنه ای را برای ضریب متغیر اساسی x_3 در تابع هدف می توان در نظر گرفت به طوری که در آن دامنه ، جواب بهینه فعلی بدون تغییر باقی بماند؟



برای تعیین دامنه یا حدود تغییرات ضریب یک متغیر تصمیم اساسی در تابع هدف کافی است ابتدا ضریب متغیر تصمیم در تابع هدف را مجهول بگذاریم و سپس $\bar{C}$ تمام متغیرهای غیر اساسی را بزرگتر مساوی صفر بگذاریم و فصل مشترک دامنه ها را بدست آوریم.

۲ - بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای اساسی

مثال - مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

متغیرهای اساسی	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	اعداد سمت راست
Z	۱	۱۰	۲	۰	۴	۰	۹۶
x_3	۰	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	۰	۸
S_2	۰	-۲	۵	۰	-۱	۱	۶

دامنه تغییرات ضریب x_3 در تابع هدف (C_{x3})

را به گونه ای پیدا کنید که جدول فعلی ، بهینه باقی بماند .

۲ - بررسی اثر تغییر در ضریب تابع هدف (C_j) برای متغیرهای اساسی

نکته

چنانچه جدول از بهینگی خارج شد می بایست آن را به روش **سیمپلکس** حل نمود.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۴

تحلیل حساسیت سیمپلکس
تغییر در مقدار سمت راست یک محدودیت

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

۳ - تغییر در مقدار سمت راست یک محدودیت (b_i)

تغییر در اعداد سمت راست مدل اولیه بر مقادیر سمت راست تابلوی بهینه مؤثر بوده و موجب تغییر اعداد سمت راست و مقدار تابع هدف در تابلوی نهایی می شود.

نکته:

با تغییر اعداد سمت راست جدول ابتدایی کافی است $\bar{b}$ و Z جدول نهایی را مجدداً محاسبه کنیم.

تغییر در اعداد سمت راست مدل اولیه صرفاً بر **موجه بودن** تابلوی سیمپلکس اثر دارد.

۳ - تغییر در مقدار سمت راست یک محدودیت (b_i)

در صورتی که مقادیر جدید سمت راست مثبت شدند ، جدول از موجه بودن خارج نمی شود ولی اگر حداقل یک مقدار منفی در ماتریس مقادیر $\bar{b}$ وجود داشت می گوییم جدول از موجه بودن خارج شده و می بایست آن را به روش سیمپلکس ثانویه حل نمود.

۳ - تغییر در مقدار سمت راست یک محدودیت (b_i)

مثال - مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

چنانچه عدد سمت راست محدودیت دوم از ۳۰ به ۲۰ تغییر یابد چه اثری بر جدول بهینه دارد؟

۳ - تغییر در مقدار سمت راست یک محدودیت (b_i)

حال ممکن است این سؤال مطرح شود که چه دامنه ای را برای اعداد سمت راست محدودیت های مدل اولیه می توان در نظر گرفت به طوری که در آن دامنه ، جواب بهینه فعلی بدون تغییر باقی بماند؟

نکته:

برای تعیین دامنه یا حدود تغییرات عدد سمت راست پارامتری که می خواهیم دامنه اش را بدست آوریم مجهول گذاشته و سپس $\bar{b}$ را بزرگتر یا مساوی صفر قرار می دهیم

۳ - تغییر در مقدار سمت راست یک محدودیت (b_i)

مثال - مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

الف) حدود تغییرات و دامنه b_1 را به گونه ای پیدا کنید که جواب بهینه تغییر نکند.

ب) میزان تغییرات b_2 را به گونه ای پیدا کنید که جواب بهینه فعلی، موجه باقی بماند.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۵

تحلیل حساسیت سیمپلکس
تغییر در ضرایب فنی

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

۴ - تغییر در ضرایب فنی (P_j)

تغییر ضرایب فنی مدل اولیه می تواند یکی از شروط بهینگی یا موجه بودن و یا هردوی آنها را نقض کند.

نکته:

در صورتی که ضرایب فنی مدل اولیه P_j تغییر نمود فقط

کافی است $\bar{C}$ و $\bar{P}$

متغیر تغییر یافته را مجدداً محاسبه کنیم

۴ - تغییر در ضرایب فنی (P_j)

با این محاسبه یکی از دو حالت زیر پیش می آید:

الف) اگر تغییر مربوط به یک متغیر غیر اساسی تابلوی نهایی باشد اثر آن فقط در ستون آن متغیر غیر اساسی در تابلوی بهینه منعکس خواهد شد. یعنی فقط $\bar{C}_j$ و $\bar{P}_j$ را تحت تأثیر قرار می دهد. در صورتی که $\bar{C}_j$

آن متغیر غیر اساسی مثبت شد جدول از بهینگی خارج نمی شود اما اگر $\bar{C}_j$ آن متغیر غیر اساسی منفی شد می گوئیم جدول از بهینگی خارج شده و می بایست آن را به روش سیمپلکس حل نمود.

ب) اگر تغییر مربوط به یک متغیر اساسی تابلوی نهایی باشد می بایست پس از محاسبه $\bar{C}_j$ و $\bar{P}_j$ آن متغیر اساسی، ابتدا آنها را ($\bar{P}_j$ و $\bar{C}_j$) را یکه نموده و سپس جدول را در صورت نیاز به یکی از روش های سیمپلکس یا سیمپلکس ثانویه حل کنیم.

۴ - تغییر در ضرایب فنی (P_j)

مثال - مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$Max Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

چنانچه ضریب فنی x_2 از $\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ به $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ تغییر یابد چه اثری بر جدول بهینه دارد؟

۴ - تغییر در ضرایب فنی (P_j)

مثال - مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

چنانچه ضریب فنی x_3 از $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ به $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ تغییر یابد چه اثری بر جدول بهینه دارد؟

۴ - تغییر در ضرایب فنی (P_j)

دقت نماید :

جدول غیر بهینه را می بایست به روش سیمپلکس ،
جدول غیر موجه را می بایست به روش سیمپلکس ثانویه و
جدول غیر بهینه و غیر موجه را می بایست به روش متغیر مصنوعی
حل کنیم .



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۶

تحلیل حساسیت سیمپلکس

اضافه شدن یک متغیر تصمیم جدید و اضافه شدن یک محدودیت جدید

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

۵ - اضافه شدن یک متغیر تصمیم جدید (x_i)

گاهی ممکن است هنگام مدل سازی مسأله ، یک یا چند فعالیت را به دلایلی مثل غفلت ، اهمیت کمتر در زمان فرموله سازی و... وارد مسأله نکنیم اما پس از حل مسأله و با داشتن جواب بهینه ملزم شویم که یک یا چند فعالیت را وارد مدل کنیم در این صورت :
کافی است که

$\bar{C}_j$ و $\bar{P}_j$ متغیر جدید را محاسبه و وارد جدول نمود.

(البته باید در نظر داشت که مقادیر متغیر جدید در جدول ابتدایی و نهایی قبل از وارد کردن مقادیر جدید ، صفر است)

۵- اضافه شدن یک متغیر تصمیم جدید (x_i)

مثال – مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

چنانچه متغیر x_4

با اطلاعات $c_{x_4} = 3$ و ضرایب فنی $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

وارد مدل شود چه اثری بر جدول بهینه خواهد داشت؟

۶ – اضافه شدن یک محدودیت جدید

فرض کنید بعد از حل مساله ، تهیه منبعی که قبلاً به وفور در اختیار بوده و محدودیتی را برای تولید ایجاد نمی کرد ، به راحتی امکان پذیر نباشد و تدارک آن تحت شرایط خاصی صورت پذیرد. این وضعیت به معنی ظهور یک محدودیت جدید است . محدودیت جدید می تواند زائد یا مؤثر باشد. کافی است مختصات نقطه بهینه جدول نهایی را در محدودیت جدید قرار داده ، اگر جواب بهینه فعلی در محدودیت جدید صدق نمود آن را یک محدودیت زائد و اگر جواب بهینه فعلی در محدودیت جدید صدق نکرد آن را یک محدودیت مؤثر می دانیم. محدودیت زائد جواب بهینه را تغییر نمی دهد ولی محدودیت مؤثر جواب بهینه فعلی را تغییر می دهد .

۶ – اضافه شدن یک محدودیت جدید

محدودیتی که مؤثر تشخیص داده شده را ابتدا می بایست به فرم گسترده تبدیل نموده و سپس آن را به انتهای جدول نهایی اضافه کنیم.

جدول را یک‌ه نمونه و بعد در صورت نیاز از روش سیمپلکس ثانویه استفاده نماییم.

اضافه شدن یک محدودیت مؤثر موجب کوچکتر شدن منطقه موجه می گردد. از این رو همواره تأثیر محدودیت مؤثر با منفی شدن حداقل یک عنصر از مقادیر سمت راست تابلوی بهینه نمایان می شود، در نتیجه حل آن مستلزم استفاده از روش سیمپلکس ثانویه می باشد.

۶ – اضافه شدن یک محدودیت جدید

مثال – مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

الف) اضافه شدن محدودیت جدید

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 20$$

چه تأثیری بر جواب بهینه دارد؟

۶ – اضافه شدن یک محدودیت جدید

مثال – مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

ب) اضافه شدن محدودیت جدید

$$5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 15$$

چه تأثیری بر جواب بهینه دارد؟



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۷

تحلیل حساسیت سیمپلکس

تغییر همزمان بیش از یک پارامتر (قانون ۱۰۰٪)

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

۷- تغییر همزمان بیش از یک پارامتر (قانون ۱۰۰ %)

در مباحث قبل فرض بر این بود که شرط بهینگی و یا موجه بودن فقط به ازای تغییر یکی از ضرایب تابع هدف یا مقادیر سمت راست بررسی شود و سایر پارامترها ثابت باشند.

قانون ۱۰۰ % به بررسی تأثیر تغییرات بیش از یک پارامتر می پردازد و شامل گام های زیر است:

گام ۱ – تعیین دامنه تغییرات پارامتر هایی که تغییر پیدا کرده اند

گام ۲ – محاسبه نسبت تغییرات در جهت افزایش یا کاهش

گام ۳ – جمع نسبت ها و تعیین درصد تغییرات

گام ۴ – اگر مقدار حاصل از گام ۳ از ۱۰۰ % کمتر باشد جواب بهینه فعلی بدون تغییر باقی می ماند ، در غیر این صورت جواب بهینه بر حسب تغییرات واقعی انجام شده تغییر می کند .

۷- تغییر همزمان بیش از یک پارامتر (قانون ۱۰۰٪)

قانون ۱۰۰٪ در دو حالت زیر بررسی می شود :

- حالت اول – قانون صد درصد برای تغییر در ضرایب تابع هدف
- حالت دوم – قانون صد درصد برای تغییر در اعداد سمت راست

۷- تغییر همزمان بیش از یک پارامتر (قانون ۱۰۰ %) حالت اول - قانون صد درصد برای تغییر در ضرایب تابع هدف

مثال - مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$Max Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

فرض کنید ضرایب x_1 و x_3

در تابع هدف از ۶ و ۱۲ به ۱۰ و ۹ تغییر یافته است. بررسی کنید که آیا این تغییرات همزمان جواب بهینه فعلی را تحت تأثیر قرار می دهد؟

۷- تغییر همزمان بیش از یک پارامتر (قانون ۱۰۰٪) حالت دوم – قانون صد درصد برای تغییر در اعداد سمت راست

مثال – مدل اولیه و تابلوی بهینه آن را در نظر بگیرید.

$$Max Z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

s.t:

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

اعداد سمت راست	S_1	S_2	x_3	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
۹۶	۰	۴	۰	۲	۱۰	۱	Z
۸	۰	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	۰	x_3
۶	۱	-۱	۰	۵	-۲	۰	S_2

فرض کنید اعداد سمت راست به ترتیب به ۲۵ و ۴۰ تغییر یافته اند. بررسی کنید که آیا این تغییرات همزمان جواب بهینه فعلی را تحت تأثیر قرار می دهد؟

جدول زیر انواع حالت تحلیل حساسیت و تأثیر آن بر بهینگی و موجه بودن را به طور خلاصه نشان می دهد.

انواع حالات تحلیل حساسیت	تأثیر بر موجه بودن	تأثیر بر بهینه بودن	روش یافتن جواب نهایی جدید
تحلیل حساسیت ضرایب تابع هدف	ندارد	دارد	روش سیمپلکس
تحلیل حساسیت اعداد سمت راست	دارد	ندارد	روش سیمپلکس ثانویه
تحلیل حساسیت ضرایب فنی	دارد	دارد	روش سیمپلکس یا روش سیمپلکس ثانویه یا روش متغیر مصنوعی
اضافه شدن متغیر تصمیم جدید	ندارد	دارد	روش سیمپلکس
اضافه شدن محدودیت جدید	دارد	ندارد	روش سیمپلکس ثانویه



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزائی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۸

برنامه ریزی پارامتریک

برنامه ریزی پارامتریک برای صریح متغیرهای تصمیم در تابع هدف

دکتر علیرضا شاقوزائی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

برنامه ریزی پارامتریک

برنامه ریزی پارامتریک شکل پیشرفته تری از تحلیل حساسیت است که جواب بهینه مدل را بر اساس تغییرات پیوسته بررسی می کند. در برنامه ریزی پارامتریک، مدل علاوه بر اینکه تحت تأثیر پارامترها و متغیرهایی است که در برنامه ریزی خطی تعریف می شود، تحت تأثیر پارامتر دیگری که معمولاً با

θ یا λ

نمایش داده می شود نیز واقع می گردد.

θ یا λ

در عمل می تواند مصادیق مختلفی مانند تعداد نیروی انسانی، ماشین آلات و تجهیزاتی که می تواند از فعالیت به فعالیت دیگر انتقال یابد و یا مفاهیمی مانند زمان، نرخ تورم یا رشد جمعیت را بیان کند.

برنامه ریزی پارامتریک

برنامه ریزی پارامتریک انواع مختلفی دارد که عبارتند از:

- ۱- برنامه ریزی پارامتریک برای ضریب متغیرهای تصمیم در تابع هدف
- ۲- برنامه ریزی پارامتریک برای اعداد سمت راست

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 6 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

تمامی جواب های بهینه به ازای مقادیر مختلف λ ($\lambda \geq 0$)
و با در نظر گرفتن تابع هدف زیر را بدست آورید.
 $\text{Max } Z = (3 + \lambda)x_1 + (1 + 2\lambda)x_2$

برنامه ریزی پارامتریک

۱- برنامه ریزی پارامتریک برای ضریب متغیر های تصمیم در تابع هدف

مثال – مدل اولیه و جدول نهایی آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + x_2$$

s.t:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

اعداد سمت راست	s_1	s_2	x_1	x_2	Z	متغیر های اساسی
۶	۰	$\frac{3}{2}$	۰	$\frac{1}{2}$	۱	Z
۲	۱	-۱	۰	۲	۰	s_1
۲	۰	$\frac{1}{2}$	۱	$\frac{1}{2}$	۰	x_1

تمامی جواب های بهینه به ازای مقادیر مختلف λ ($\lambda \geq 0$)

و با در نظر گرفتن تابع هدف زیر را بدست آورید.

$$\text{Max } Z = (3 + \lambda)x_1 + (1 + 2\lambda)x_2$$

برنامه ریزی پارامتریک ۱- برنامه ریزی پارامتریک برای ضریب متغیر های تصمیم در تابع هدف

نکته

رابطه تغییرات λ و $Z(\lambda)$

در برنامه ریزی پارامتریک ضریب متغیر های تصمیم در تابع هدف همواره
به صورت تابع خطی **منکسر و محدب** می باشد.

در نقاط شکست مسأله دارای **جواب بهینه چند گانه** است.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۱۹

برنامه ریزی پارامتریک

برنامه ریزی پارامتریک برای اعداد سمت راست

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

برنامه ریزی پارامتریک

برنامه ریزی پارامتریک انواع مختلفی دارد که عبارتند از:

- ۱- برنامه ریزی پارامتریک برای ضریب متغیرهای تصمیم در تابع هدف
- ۲- برنامه ریزی پارامتریک برای اعداد سمت راست

برنامه ریزی پارامتریک ۲- برنامه ریزی پارامتریک برای اعداد سمت راست

مثال - مدل اولیه و جدول نهایی آن را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

s.t:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

اعداد سمت راست	s_1	s_2	x_2	x_1	Z	متغیرهای اساسی
$\frac{13}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	1	Z
1	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	0	x_2
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{-1}{4}$	0	1	0	x_1

در اینجا هدف بررسی تأثیر تغییرات پارامتریک اعداد سمت راست به صورت زیر بر جواب بهینه است. با استفاده از تحلیل حساسیت، تغییرات ناشی از تغییر اعداد سمت راست را اعمال کنید.

$$(\lambda \geq 0) \quad \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 - \lambda \\ 4 + \lambda \end{bmatrix}$$

برنامه ریزی پارامتریک ۲- برنامه ریزی پارامتریک برای اعداد سمت راست

نکته

رابطه تغییرات λ و $Z(\lambda)$
در برنامه ریزی پارامتریک برای اعداد سمت راست همواره به
صورت تابع خطی **منکسر و مقعر** می باشد.

در نقاط شکست مسأله دارای **جواب تبهگن** است.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۰
نکات تحلیل حساسیت

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



نکات تحلیل حساسیت

- ۱- تغییر در ضریب متغیر تصمیم در تابع هدف، بر شرط **بهینگی** تاثیر می گذارد.
- ۲- تغییر در مقدار سمت راست یک محدودیت بر شرط **موجه بودن** تاثیر می گذارد.
- ۳- حد افزایش یک منبع کمیاب تا حد **زائد** شدن محدودیت الزام آور مربوط به آن **منبع** می باشد.
- ۴- چنانچه ضریب متغیر اساسی در تابع هدف تغییر کند، حداقل یکی از عناصر سطر **صفر Z** و احتمالاً مقدار **تابع هدف** تغییر می کند.
- ۵- اگر اضافه شدن یک محدودیت جدید بر ناحیه موجه تاثیر نگذارد، آن محدودیت یک محدودیت **زائد** خواهد بود.



نکات تحلیل حساسیت

- ۶- حل مدل هایی که شرط موجه بودن آن ها نقص می شود ولی شرط بهینگی برقرار است به کمک **سیمپلکس ثانویه** انجام می گیرد.
- ۷- تغییر در ضریب فنی متغیر غیر اساسی، ممکن است شرط **بهینگی** را تحت تاثیر قرار دهد.
- ۸- تغییر در ضریب فنی متغیر اساسی ممکن است حداقل یکی از شروط **بهینگی** و **موجه بودن** را تحت تاثیر قرار دهد.
- ۹- اگر جواب بهینه جاری در محدودیت اضافه شده به مدل صدق کند محدودیت جدید یک محدودیت **زائد** خواهد بود.
- ۱۰- بررسی تاثیر تغییرات همزمان ضرایب C_j بر جواب بهینه بر اساس **قانون ۱۰۰٪** امکان پذیر است.
- ۱۱- اگر مجموع نسبت های افزایش (کاهش) مقادیر سمت راست محدودیت ها به افزایش (کاهش) مجاز **کمتر** از ۱۰۰٪ باشد، جواب **بهینه** مدل تغییر نخواهد کرد.



نکات تحلیل حساسیت

۱۲- اگر در تحلیل همزمان در مقادیر سمت راست ، قانون **۱۰۰ درصد** نقض شود حل مسأله و بررسی تأثیرات همزمان مقادیر سمت راست به کمک روش **سیمپلکس ثابویه** انجام می گیرد.

۱۳- اضافه شدن یک متغیر تصمیم جدید به مدل ممکن است منجر به نقض شرط **بهینگی** شود.

۱۴- برنامه ریزی **پارامتریک** بررسی تأثیر تغییرات پیوسته پارامترهای مدل در تمامی دامنه های ممکن بر جواب **بهینه** می باشد.

۱۵- در بررسی تغییرات پارامتریک ضرایب تابع هدف ، شکل تابع هدف همواره به صورت تابع خطی **منکسر** و **محدب** است.

۱۶- در بررسی تغییرات پارامتریک مقادیر سمت راست ، شکل تابع هدف همواره به صورت تابع خطی **منکسر** و **مقعر** است.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۱
مدل حمل و نقل

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

مدل حمل و نقل

یک شرکت تولید و توزیع دارای سه کارخانه تولیدی و سه فروشگاه می باشد. عرضه ماهانه هر کارخانه و تعداد تقاضای ماهانه هر فروشگاه مشخص است. هزینه حمل هر واحد کالا از هر کارخانه به هر فروشگاه به نسبت مسافت تغییر می کند و به شرح جدول زیر است.

از کارخانه	به فروشگاه			مقادیر عرضه
	A	B	C	
۱	۱۶	۱۸	۱۱	۳۰۰
۲	۱۴	۱۲	۱۳	۲۰۰
۳	۱۳	۱۵	۱۷	۲۰۰
مقادیر تقاضا	۱۵۰	۲۵۰	۲۰۰	

- مطلوب است فرموله کردن مساله که ضمن تأمین تقاضای هر فروشگاه هزینه کل حداقل گردد.



مدل حمل و نقل

ساختار مدل حمل و نقل دارای مشخصات زیر است:

- ۱- ضرایب تمامی متغیرهای تصمیم در محدودیت ها یک است.
- ۲- هر یک از متغیرهای تصمیم در محدودیت ها فقط دو بار ظاهر می شوند یک بار در محدودیت های عرضه و یک بار در محدودیت های تقاضا
- ۳- مجموع عرضه کل با تقاضای کل همواره برابر است.
- ۴- جواب بدست آمده از مدل حمل و نقل همواره امکان پذیر و عدد صحیح است.
- ۵- مسأله حمل و نقل هیچگاه دارای حالت خاص بدون جواب بهینه یا منطقه موجه بیکران نیست.
- ۶- مسأله حمل و نقل می تواند حالات خاص تبهگن یا جواب بهینه چندگانه داشته باشد.
- ۷- در صورتی که تعداد مبادی m و تعداد مقاصد n باشد، تعداد متغیرهای تصمیم برابر است با $m*n$ ، تعداد محدودیت ها برابر است با $m+n$ و تعداد متغیرهای اساسی برابر است با $m+n-1$
- ۸- متغیرهای تصمیم در مدل حمل و نقل می توانند مقادیر مثبت یا صفر اختیار کنند. در صورتی که مقدار متغیر تصمیمی مثبت شد به آن متغیر اساسی و در صورتی که مقدار متغیر تصمیمی صفر شد به آن متغیر، غیر اساسی می گوئیم.



حل مسائل حمل و نقل

برای حل مسائل حمل و نقل ابتدا می بایست اطلاعات مسأله را در قالب تابلوی حمل و نقل مرتب نماییم و در صورت ضرورت ، متعادل کردن آنها (تساوی عرضه کل و تقاضای کل) انجام گیرد.

برای پیدا کردن جواب بهینه مدل حمل و نقل ، در مرحله اول ، جواب موجه اولیه ای از طریق یکی از روشهای :

۱ – گوشه شمال غربی

۲ – حداقل سطر

۳ – حداقل ستون

۴ – حداقل هزینه

۵ – تقریب وگل

پیدا می شود.

در مرحله دوم بهبود جواب اولیه از طریق یکی از روشهای :

۱ – پله سنگ

۲ – توزیع تعدیل شده (MODI)

صورت می پذیرد.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۲

مدل حمل و نقل

روش گوشه شمال غربی

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



حل مسائل حمل و نقل

برای حل مسائل حمل و نقل ابتدا می بایست اطلاعات مسأله را در قالب تابلوی حمل و نقل مرتب نماییم و در صورت ضرورت ، متعادل کردن آنها (تساوی عرضه کل و تقاضای کل) انجام گیرد.

برای پیدا کردن جواب بهینه مدل حمل و نقل ، در مرحله اول ، جواب موجه اولیه ای از طریق یکی از روشهای :

۱ – گوشه شمال غربی

۲ – حداقل سطر

۳ – حداقل ستون

۴ – حداقل هزینه

۵ – تقریب وگل

پیدا می شود.

در مرحله دوم بهبود جواب اولیه از طریق یکی از روشهای :

۱ – پله سنگ

۲ – توزیع تعدیل شده (MODI)

صورت می پذیرد.



روش های یافتن جواب موجه اولیه

۱- گوشه شمال غربی

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش گوشه شمال غربی پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۰۰	۸	۱۰	۱۵	۱
۳۰۰	۱۱	۹	۳	۲
۲۰۰	۷	۲۰	۱۲	۳
۶۰۰	۲۰۰	۲۵۰	۱۵۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۱- گوشه شمال غربی

قاعده این است که اگر مقدار جدید تقاضا برای یک ستون صفر شد به خانه سمت راست کناری آن و اگر مقدار جدید عرضه برای یک سطر صفر شد به خانه پایینی آن حرکت نمایید.

اگر مقدار سطر و ستون هر دو با هم به مقدار صفر کاهش یابند در خانه سمت راستی صفر قرار دهید و به خانه پایینی حرکت کنید یا اینکه در خانه پایینی صفر قرار دهید و به خانه سمت راست حرکت کنید.



روش های یافتن جواب موجه اولیه

۱- گوشه شمال غربی

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش گوشه شمال غربی پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۵۰	۸	۴	۳	۱
۸۰	۲	۳	۵	۲
۱۲۰	۱۰	۱۲	۸	۳
	۱۵۰	۱۳۰	۷۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه

۱- گوشه شمال غربی

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش گوشه شمال غربی پیدا کنید.

عرضه	۳	۲	۱	مقصد مبدأ
۱۵۰	۶	۷	۸	الف
۲۵۰	۱۶	۱۲	۱۰	ب
۳۵۰	۱۸	۲۰	۱۵	ج
	۴۱۰	۲۲۰	۱۲۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۱- گوشه شمال غربی

اگرچه روش گوشه شمال غربی به سرعت انجام می شود اما معمولاً یک جواب اساسی موجه ابتدایی خوب را ارائه نمی کند زیرا این روش به طور کلی در تخصیص مقادیر به خانه ها ، هزینه ها را مورد توجه قرار نمی دهد.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۳
مدل حمل و نقل
روش حداقل سطر

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۲- حداقل سطر

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش حداقل سطر پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۰۰	۸	۱۰	۱۵	۱
۳۰۰	۱۱	۹	۳	۲
۲۰۰	۷	۲۰	۱۲	۳
۶۰۰	۲۰۰	۲۵۰	۱۵۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۲- حداقل سطر

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش حداقل سطر پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۵۰	۸	۴	۳	۱
۸۰	۲	۳	۵	۲
۱۲۰	۱۰	۱۲	۸	۳
	۱۵۰	۱۳۰	۷۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه

۲- حداقل سطر

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش حداقل سطر پیدا کنید.

عرضه	۳	۲	۱	مقصد مبدأ
۱۵۰	۶	۷	۸	الف
۲۵۰	۱۶	۱۲	۱۰	ب
۳۵۰	۱۸	۲۰	۱۵	ج
	۴۱۰	۲۲۰	۱۲۰	تقاضا



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۴

مدل حمل و نقل

روش حداقل ستون

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۳- حداقل ستون

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش حداقل ستون پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۰۰	۸	۱۰	۱۵	۱
۳۰۰	۱۱	۹	۳	۲
۲۰۰	۷	۲۰	۱۲	۳
۶۰۰	۲۰۰	۲۵۰	۱۵۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۳- حداقل ستون

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش حداقل ستون پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۵۰	۸	۴	۳	۱
۸۰	۲	۳	۵	۲
۱۲۰	۱۰	۱۲	۸	۳
	۱۵۰	۱۳۰	۷۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۳- حداقل ستون

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش حداقل ستون پیدا کنید.

عرضه	۳	۲	۱	مقصد مبدأ
۱۵۰	۶	۷	۸	الف
۲۵۰	۱۶	۱۲	۱۰	ب
۳۵۰	۱۸	۲۰	۱۵	ج
	۴۱۰	۲۲۰	۱۲۰	تقاضا



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزائی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۵

**مدل حمل و نقل
روش حداقل هزینه**

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۴- حداقل هزینه

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش حداقل هزینه پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۰۰	۸	۱۰	۱۵	۱
۳۰۰	۱۱	۹	۳	۲
۲۰۰	۷	۲۰	۱۲	۳
۶۰۰	۲۰۰	۲۵۰	۱۵۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۴- حداقل هزینه

اگر مقدار سطر و ستون هر دو صفر شد به دلخواه یک سطر یا یک ستون را حذف می کنیم و در سطر یا ستون دیگر به کمترین هزینه مقدار صفر تخصیص می دهیم و بعد آن سطر یا ستون را حذف می کنیم.



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۴- حداقل هزینه

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش حداقل هزینه پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۵۰	۸	۴	۳	۱
۸۰	۲	۳	۵	۲
۱۲۰	۱۰	۱۲	۸	۳
	۱۵۰	۱۳۰	۷۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۴- حداقل هزینه

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش حداقل هزینه پیدا کنید.

عرضه	۳	۲	۱	مقصد مبدأ
۱۵۰	۶	۷	۸	الف
۲۵۰	۱۶	۱۲	۱۰	ب
۳۵۰	۱۸	۲۰	۱۵	ج
	۴۱۰	۲۲۰	۱۲۰	تقاضا



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۶

مدل حمل و نقل

روش تقریب و گل

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۵- تقریب و گل

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش تقریب و گل پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۰۰	۸	۱۰	۱۵	۱
۳۰۰	۱۱	۹	۳	۲
۲۰۰	۷	۲۰	۱۲	۳
۶۰۰	۲۰۰	۲۵۰	۱۵۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۵- تقریب و گل

اگر مقدار سطر و ستون هر دو صفر شد به دلخواه یک سطر یا یک ستون را حذف می کنیم و در سطر یا ستون دیگر به کمترین هزینه مقدار صفر تخصیص می دهیم و بعد آن سطر یا ستون را حذف می کنیم.



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۵- تقریب و گل

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش تقریب و گل پیدا کنید.

عرضه	C	B	A	مقصد مبدأ
۱۵۰	۸	۴	۳	۱
۸۰	۲	۳	۵	۲
۱۲۰	۱۰	۱۲	۸	۳
	۱۵۰	۱۳۰	۷۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۵- تقریب و گل

مدل حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. یک جواب موجه ابتدایی به روش تقریب و گل پیدا کنید.

عرضه	۳	۲	۱	مقصد مبدأ
۱۵۰	۶	۷	۸	الف
۲۵۰	۱۶	۱۲	۱۰	ب
۳۵۰	۱۸	۲۰	۱۵	ج
	۴۱۰	۲۲۰	۱۲۰	تقاضا



روش های یافتن جواب موجه اولیه ۵- تقریب و گل

این روش اگر چه پیچیده تر از روش های قبلی است اما معمولاً نسبت به روشهای دیگر جواب موجه ابتدایی بهتری را ارائه می کند. روش تقریب و گل از اطلاعات مربوط به هزینه، با بکارگیری مفهوم هزینه فرصت برای تعیین جواب موجه ابتدایی استفاده می کند.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۷

**مدل حمل و نقل
عدم تعادل عرضه و تقاضا**

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



عدم تعادل عرضه و تقاضا

۱- فزونی عرضه کل از تقاضای کل

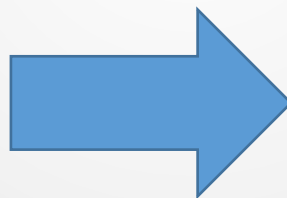
۲- فزونی تقاضای کل از عرضه کل



۱- فزونی عرضه کل از تقاضای کل

وقتی که مقدار عرضه کل از تقاضا بیشتر باشد ، باید به جدول حمل و نقل ستون تقاضای مجازی با میزان اختلاف عرضه و تقاضا اضافه نمود . چون واقعاً هیچ کالایی ارسال نمی شود هزینه ارسال برای تقاضای مجازی صفر می باشد.

عرضه	B	A	مقصد \ مبدأ
۱۰۰	۹	۸	۱
۲۰۰	۱۵	۱۰	۲
	۸۰	۱۷۰	تقاضا



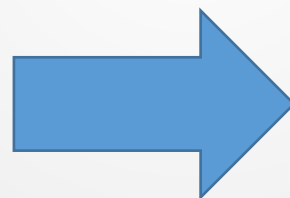
عرضه	C مجازی	B	A	مقصد \ مبدأ
۱۰۰	۰	۹	۸	۱
۲۰۰	۰	۱۵	۱۰	۲
۳۰۰	۵۰	۸۰	۱۷۰	تقاضا



۲- فزونی تقاضای کل از عرضه کل

وقتی که مقدار تقاضای کل از عرضه بیشتر باشد، باید به جدول حمل و نقل سطر مجازی با میزان اختلاف عرضه و تقاضا اضافه نمود. چون واقعاً هیچ کالایی ارسال نمی شود هزینه ارسال برای عرضه مجازی صفر می باشد.

عرضه	B	A	مقصد \ مبدأ
۱۷۰	۹	۸	۱
۸۰	۱۵	۱۰	۲
	۲۰۰	۱۰۰	تقاضا



عرضه	B	A	مقصد \ مبدأ
۱۷۰	۹	۸	۱
۸۰	۱۵	۱۰	۲
۵۰	۰	۰	۳ مجازی
۳۰۰	۸۰	۱۷۰	تقاضا



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۸
مدل حمل و نقل
روش پله سنگ

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



بهبود جواب اولیه

روشهای قبلی ذکر شده ، صرفاً جواب اولیه ای را ارائه می دهند که لزوماً بهینه نمی باشد . برای رسیدن به جواب بهینه می بایست متغیرهای غیر اساسی را ارزیابی نمود و یکی از آنها را به عنوان متغیر ورودی انتخاب نمود سپس از بین متغیرهای اساسی یکی را به عنوان متغیر خروجی تعیین می کنیم . با ساز و کاری که ارائه می شود باید به جواب دیگری برسیم و مجدداً مراحل قبلی را تا رسیدن به جواب بهینه ادامه دهیم . فنون بهبود جواب اولیه عبارتند از:

۱- پله سنگ

۲- توزیع تعدیل شده



روش پله سنگ

جدول حمل و نقل زیر را که به روش تقریب وگل حل شده در نظر بگیرید.

عرضه	C	B	A	مقاصد مبادی
۲۵۰	۲۴ ۲۱۰	۲۱ ۴۰	۲۲	۱
۳۰۰	۲۱ ۱۱۰	۱۹	۱۸ ۱۹۰	۲
۲۰۰	۳۶	۳۲ ۲۰۰	۳۰	۳
۷۵۰	۳۲۰	۲۴۰	۱۹۰	تقاضا

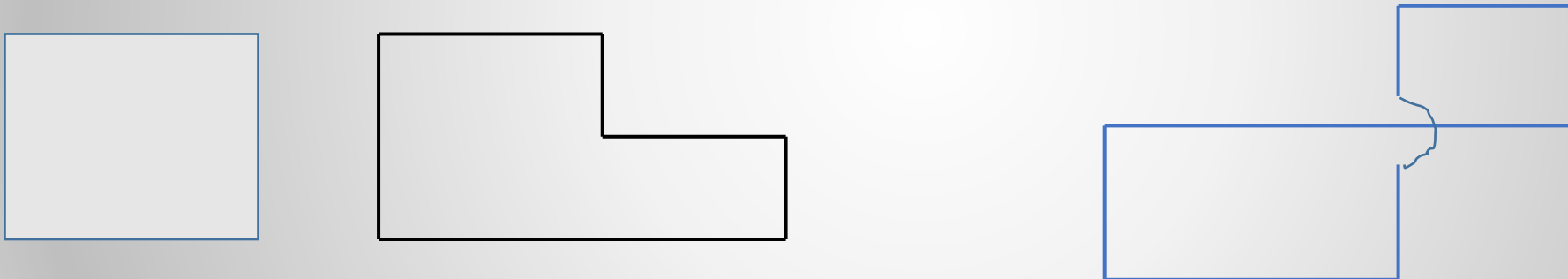
جواب بهینه مدل را به روش پله سنگ بدست آورید.



مراحل روش پله سنگ

۱- تمامی خانه های خالی (متغیر های غیر اساسی) را جداگانه در نظر گرفته و مسیر پله سنگ هر یک را با شرایط زیر رسم می کنیم:

الف - مسیر پله سنگ مسیری است بسته و منحصر به فرد که دارای اضلاعی عمود بر هم و عمدتاً به صورت یکی از اشکال زیر است.



ب - یکی از گوشه های این مسیر در خانه خالی انتخابی (خانه ای که متغیر آن غیر اساسی است) قرار گرفته و سایر گوشه ها ، باید در خانه های پر (خانه هایی که متغیر های آن اساسی است) قرار گیرند.

ج - به گوشه ای که در خانه خالی قرار گرفته علامت مثبت (+) اختصاص داده و به سایر گوشه ها ، یکی در میان اول علامت منفی (-) و سپس (+) تخصیص دهید.



مراحل روش پله سنگ

۲ – برای تعیین ارزش هر یک از خانه های خالی ، هزینه حمل هر واحد کالا برای خانه هایی که دارای علامت مثبت هستند را با هم جمع و از مجموع هزینه حمل هر واحد کالا برای خانه هایی که دارای علامت منفی هستند کم کنید .

۳ – اگر ارزش تمام خانه های خالی مثبت بود به جواب بهینه رسیده ایم در غیر این صورت جدول بهینه نبوده و می بایست متغیر ورودی و متغیر خروجی را تعیین کنیم تا بر اساس آن به جدول دیگری برسیم.

برای انتخاب متغیر ورودی ، آن خانه خالی را که دارای منفی ترین ارزش می باشد تعیین و متغیر مربوط به این خانه را متغیر ورودی بنامید و پله سنگ آن را مجدداً در نظر بگیرید.



مراحل روش پله سنگ

۴ - **برای انتخاب متغیر خروجی** ، از میان تمام خانه هایی که رأس مسیر پله سنگ در آن قرار گرفته و دارای علامت منفی هستند، خانه ای را که دارای کمترین مقدار متغیر اساسی (کمترین عدد داخل دایره) است انتخاب کنید. متغیر مربوط به این خانه متغیر خروجی می باشد.

۵ - با شناسایی متغیر های ورودی و خروجی جدول جدیدی رسم کنید و مقدار متغیر خروجی را از مقدار خانه هایی که دارای علامت (-) می باشند کم و به مقدار خانه هایی که دارای علامت مثبت (+) هستند اضافه کنید. مقدار سایر خانه هایی که رأس های مسیر پله سنگ در آنها قرار نگرفته به همان صورت به جدول جدید منتقل می شوند و مراحل روش پله سنگ را دوباره انجام می دهیم تا جایی که ارزش تمام خانه های خالی (متغیر های غیر اساسی) مثبت شود و به جواب بهینه برسیم.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۲۹

مدل حمل و نقل

روش توزیع تعدیل شده

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



روش توزیع تعدیل شده

روش توزیع تعدیل شده یک ویرایش تصحیح شده از روش پله سنگ است و شامل مراحل زیر می باشد:

۱- ستون U_i و سطر V_j را به جدول اضافه کنید. برای خانه های پر (متغیر های اساسی) از رابطه زیر استفاده کرده و مقادیر U_i و V_j را تعیین کنید. ($U_1 = 0$)

$$C_{ij} = U_i + V_j$$

۲- ارزش هر یک از خانه های خالی (متغیر های غیر اساسی) را از رابطه زیر تعیین کنید.

$$C_{ij} - U_i - V_j$$

اگر ارزش همه خانه های خالی (متغیر های غیر اساسی) مثبت بود به جواب بهینه رسیده ایم در غیر این صورت باید متغیر ورودی و خروجی تعیین شود تا بر اساس آن به جدول دیگری برسیم.



روش توزیع تعدیل شده

۳ – **برای انتخاب متغیر ورودی** ، آن خانه خالی را که دارای منفی ترین ارزش می باشد تعیین و متغیر مربوط به این خانه را متغیر ورودی بنامید و پله سنگ آن را مجدداً در نظر بگیرید. **در مسیر پله سنگ تنها یک متغیر غیر اساسی وجود دارد.**

۴ – **برای انتخاب متغیر خروجی** ، از میان تمام خانه هایی که رأس مسیر پله سنگ در آن قرار گرفته و دارای علامت منفی هستند، خانه ای را که دارای کمترین مقدار متغیر اساسی (کمترین عدد داخل دایره) است انتخاب کنید. متغیر مربوط به این خانه متغیر خروجی می باشد.

۵ – با شناسایی متغیر های ورودی و خروجی جدول جدیدی رسم کنید و مقدار متغیر خروجی را از مقدار خانه هایی که دارای علامت (-) می باشند کم و به مقدار خانه هایی که دارای علامت مثبت (+) هستند اضافه کنید. مقدار سایر خانه هایی که رأس های مسیر پله سنگ در آنها قرار نگرفته به همان صورت به جدول جدید منتقل می شوند و مراحل روش توزیع تعدیل شده را دوباره انجام می دهیم تا جایی که ارزش تمام خانه های خالی (متغیر های غیر اساسی) مثبت شود و به جواب بهینه برسیم.



روش توزیع تعدیل شده

جدول حمل و نقل زیر را که به روش تقریب وگل حل شده در نظر بگیرید.

عرضه	C	B	A	مقاصد مبادی
۲۵۰	۲۴ ۲۱۰	۲۱ ۴۰	۲۲	۱
۳۰۰	۲۱ ۱۱۰	۱۹	۱۸ ۱۹۰	۲
۲۰۰	۳۶	۳۲ ۲۰۰	۳۰	۳
۷۰۰	۳۲۰	۲۴۰	۱۹۰	تقاضا

جواب بهینه مدل را به روش توزیع تعدیل شده بدست آورید.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۰

موارد خاص مدل حمل و نقل

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



موارد خاص مدل حمل و نقل

موارد خاص مدل حمل و نقل عبارتند از:

۱ – مسأله حمل و نقل با تابع هدف حداکثر سازی

۲ – مسیر ممنوع در مدل حمل و نقل

۳ – تبهگن در مدل حمل و نقل

۴ – جواب بهینه چند گانه



۱- مسأله حمل و نقل با تابع هدف حداکثر سازی

مسأله حداکثر کردن را با ضرب مقدار تابع هدف در ۱- می توان به مسأله حداقل کردن تبدیل نمود. بقیه عملیات با عملیات حالت حداقل کردن تفاوتی ندارد.

مثال

اگر سود ارسال کالا از هر کارخانه به هر فروشگاه مطابق جدول زیر باشد جواب بهینه آن را به روش گوشه شمال غربی بدست آورید.

عرضه	B	A	مقصد \ مبدأ
۷۰	۳	۲	۱
۸۰	۴	۸	۲
۱۵۰	۵۰	۱۰۰	تقاضا



۲ - مسیر ممنوع در مدل حمل و نقل

مسیری که حمل کالا از آن غیر ممکن باشد مسیر **ممنوع** نامیده می شود.

برای حل هزینه آن خانه را عددی بسیار بزرگ مثل M در نظر می گیریم که هیچ گاه انتخاب نشود.

مثال - مسأله حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. امکان ارسال کالا از مبدأ ۳ به مقصد C وجود ندارد. جواب بهینه آن را به روش حداقل سطر بدست آورید.

عرضه	C	B	A	مقصد \ مبدأ
۲۵۰	۴	۷	۵	۱
۱۰۰	۸	۳	۲	۲
۷۰	—	۴	۲	۳
	۱۰۰	۱۷۰	۱۵۰	تقاضا



۳- تبهگن در مدل حمل و نقل

در صورتی که در مدل حمل و نقل یکی از متغیرهای اساسی (یکی از اعداد داخل دایره) صفر باشد مدل حالت خاص تبهگن دارد .



۴ - جواب بهینه چند گانه

در مسأله برنامه ریزی خطی هر گاه یک یا چند متغیر غیر اساسی دارای مقدار صفر در سطر صفر جدول بهینه می گردید، مسأله دارای جواب بهینه چند گانه می شد.

در مدل حمل و نقل نیز هر گاه در جدول نهایی یک یا چند متغیر غیر اساسی دارای هزینه نهایی صفر در یک مسیر مشخص باشد، جواب بهینه چند گانه داریم.

به عبارت دیگر، در جواب بهینه حمل و نقل هر گاه ارزش تمام متغیرهای غیر اساسی (خانه های خالی) مثبت و ارزش یکی از خانه های خالی صفر باشد می گوئیم جواب بهینه چند گانه داریم.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۱
نکات مدل حمل و نقل

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



نکات مدل حمل و نقل

- ۱- روش **تقریب وگل** در بین روشهای یافتن جواب موجه ابتدایی مسأله حمل و نقل نزدیکترین جواب به جواب بهینه را ارائه می دهد.
- ۲- در مدل حمل و نقل هزینه هر واحد کالا از مسیر مجازی **صفر** است.
- ۳- تعداد متغیرهای تصمیم یک مدل حمل و نقل با m مبدا و n مقصد برابر با $m \times n$ است.
- ۴- مسیری که حمل کالا از آن غیر ممکن باشد مسیر **ممنوع** نامیده می شود.
- ۵- اولین بار مدل حمل و نقل توسط **هیچکاک** در سال **۱۹۴۱** فرموله شد.



نکات مدل حمل و نقل

۶- در مدل استاندارد حمل و نقل همواره m مبدا و n مقصد وجود دارد.

۷- مسیر حرکت در روش گوشه شمال غربی **سطری** است.

۸- اولین تخصیص در روش **حداقل هزینه** به کوچکترین C_{ij}

در تابلوی حمل و نقل تعلق دارد.

۹- هزینه حمل هر واحد کالا از یک **مسیر مجازی** صفر است.



نکات مدل حمل و نقل

- ۱۰- اگر مقدار کل عرضه ۵۰۰ واحد و مقدار کل تقاضا ۴۵۰ واحد باشد از یک ستون **مجازی** با مقدار تقاضای **۵۰** واحد برای متوازن کردن تابلوی حمل و نقل استفاده می شود.
- ۱۱- جواب اساسی بدست آمده از روش تقریب و گل لزوماً **بهینه** نیست.
- ۱۲- مسیر **پله سنگ** برای یک متغیر غیر اساسی یک مسیر بسته و **منحصر به فرد** است.
- ۱۳- بعد از هر حرکت افقی در مسیر پله سنگ باید یک حرکت **عمودی** انجام گیرد.



نکات مدل حمل و نقل

۱۴- انتقال از یک تابلوی حمل و نقل به تابلوی دیگر را **تکرار** گویند.

۱۵- تعداد متغیرهای اساسی جواب بهینه مدل حمل و نقل برابر $m + n - 1$ است.

۱۶- جواب بهینه مدل حمل و نقل همواره **امکان پذیر و عدد صحیح** است.

۱۷- تعداد تکرارهای مدل حمل و نقل بر اساس روش پله سنگ همواره **مساوی** با روش MODI است.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۲
مدل تخصیص

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



مدل تخصیص

مدل تخصیص شکل خاصی از مدل حمل و نقل است که **هارولد کوهن** در سال **۱۹۵۵** روش حل ویژه ای برای آن ارائه داد. در حقیقت مدل حمل و نقلی که تقاضای هر ستون آن **یک** و عرضه هر سطر آن نیز **یک** باشد به عنوان مدل تخصیص معروف است.

هدف مدل تخصیص نیز همانند مدل حمل و نقل ، حداقل کردن تابع هدف است . مدل تخصیص به یکی از دو صورت زیر تعریف می شود:

الف) حالت استاندارد مانند حداقل کردن هزینه ، حداقل کردن زمان ، حداقل کردن مسافت و...

ب) حالت غیر استاندارد مانند حداکثر کردن سود و ...



مدل تخصیص

مدل عمومی برنامه ریزی خطی برای مسئله تخصیص دارای ویژگی های زیر است:

(الف) مقادیر سمت راست محدودیت های مدل همواره مساوی یک است.

(ب) مقدار متغیرهای تصمیم در محدودیت های مدل همیشه ثابت و مساوی یک یا صفر است.

(ج) متغیرهای تصمیم مسئله تخصیص در جواب بهینه یا دارای مقدار یک و یا صفر می باشند
بنابراین مدل برنامه ریزی خطی مسئله تخصیص را یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح صفر و یک
نیز می گویند.

(د) یک مسئله تخصیص در قالب مدل برنامه ریزی خطی دارای $m+n$ محدودیت و $m*n$ متغیر تصمیم است.



مدل تخصیص

مدل تخصیص دارای کاربردهای متعددی است که از آن جمله می توان تخصیص n فرد به n شغل ، تخصیص n متصدی به n ماشین تولیدی ، تخصیص n راننده به n ماشین ، تخصیص n تیم پزشکی به n بیمارستان و و اگذاری n پروژه به n پیمانکار و ... اشاره کرد. اولین مدل تخصیص مربوط به تخصیص کارگران به شغل های گوناگون بود که آن را آقای کوهن انجام داد.

ویژگیهای اساسی مسائل تخصیص عبارتند از:

۱- تعداد سطر ها و تعداد ستونهای مدل تخصیص محدود هستند.

۲- مدل های تخصیص حالت یک به یک دارند. به عنوان مثال هر فرد یا پروژه فقط به یک شغل یا پیمانکار تخصیص می یابد. یک فرد نمی تواند بیش از یک شغل داشته باشد و یا یک پروژه را نمی توان به بیش از یک پیمانکار اختصاص داد.

۳- نتیجه بررسی هر تخصیص در قالب معیارهایی چون هزینه ، سود ، زیان ، مسافت و ... بیان می شود.

۴- هدف از مدل تخصیص یافتن مناسب ترین تخصیص است به طوری که در آن هزینه حداقل گردد و یا سود کل حداکثر شود.

در مدل استاندارد تخصیص ، هدف حداقل کردن هزینه است و فرض اساسی آن است که تعداد سطر ها و ستون های آن به هم برابر باشند.



روش های حل مدل تخصیص

برای حل مسأله تخصیص و یافتن جواب بهینه آن روش های مختلفی وجود دارد که مهمترین آنها به شرح زیر است:

۱- روش شمارش کامل

۲- روش سیمپلکس

۳- روش حمل و نقل

۴- روش مجارستانی



روش های حل مدل تخصیص

۱- روش شمارش کامل

اگر هدف مدل ، تخصیص بهینه n فرد به n شغل باشد ، یک روش ، فهرست کردن تمام حالات ممکن تخصیص افراد به مشاغل و یافتن بهترین شیوه ، بعد از مقایسه هر حالت با کلیه حالات دیگر است. این روش امکانپذیر است اما کارایی ندارد زیرا تعداد حالات ممکن تخصیص $n!$ بوده که در مسائل واقعی به علت وجود تعداد زیادی فرد و شغل ، تعداد حالات بسیار زیاد مقایسه زمان بر خواهد بود.

مثلاً در یک تابلوی تخصیص 5×5 (۵ بعدی) تعداد جواب های امکان پذیر با روش شمارش کامل برابر است با $5!$ یعنی ۱۲۰



روش های حل مدل تخصیص

۲- روش سیمپلکس

از آنجا که مدل تخصیص یک برنامه ریزی خطی است و هر مدل برنامه ریزی خطی قابل حل به وسیله سیمپلکس می باشد لذا جواب مدل تخصیص را با استفاده از روش سیمپلکس نیز می توان محاسبه نمود. اما چون با بزرگ شدن ابعاد مسأله تخصیص تعداد محدودیت ها و متغیر های تصمیم موجود در مدل برنامه ریزی خطی به صورت تصاعدی زیاد می شود لذا روش سیمپلکس کارایی خود را در حل مسائل از دست می دهد.



روش های حل مدل تخصیص

۳- روش حمل و نقل

مسئله تخصیص همان مدل حمل و نقلی است که میزان عرضه مبادی یک و میزان تقاضای مقاصد آن نیز یک می باشد. به عبارت دیگر مدل تخصیص همان مدل حمل و نقلی است که به جای عرضه کالا، عرضه خدمات و به جای تقاضای کالا، تقاضای خدمت را جایگزین می سازد. به این ترتیب، هرگاه از جدول حمل و نقل برای حل مسائل تخصیص استفاده شود، از همان شیوه های یافتن جواب ابتدایی و بهبود جواب می توان استفاده کرد. اما اشکال استفاده از جدول حمل و نقل در تخصیص n فرد به n شغل، وجود تعداد زیادی متغیرهای اساسی تبهگن است که از کارایی روش می کاهد.



روش مجارستانی

روش مجارستانی یکی از کارآمدترین روش های حل مسأله تخصیص است . این روش رویه ای سریع و کارآمد در حل مسایل تخصیص در حالت متوازن است. روش مجارستانی بر این قاعده استوار است که اگر مقدار ثابتی را از همه عناصر در هر سطر و ستون ماتریس تخصیص کم یا اضافه کنیم ، هزینه کل هر $n!$ جواب ممکن به همان اندازه کاهش یا افزایش می یابد ولی در تعیین جواب بهینه تخصیص هیچ تغییری ایجاد نخواهد کرد.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۳

مدل تخصیص

روش مجارستانی

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



مراحل حل مسأله به روش مجارستانی در حالت استاندارد (مدل متوازن با تابع هدف Min)

مرحله ۱ – کوچکترین عدد هر سطر (حتی صفر) را از تمام اعداد آن سطر کم کنید.

مرحله ۲ – کوچکترین عدد هر ستون (حتی صفر) را از تمام اعداد آن ستون کم کنید.

مرحله ۳ – صفرهای جدول را با حداقل خطوط بپوشانید.

مرحله ۳ در صورتی می تواند مرحله نهایی حل مسأله تخصیص باشد که بعد ماتریس با تعداد خطوط پوشش برابر باشد ، یعنی :

(بعد ماتریس = تعداد خطوط پوشش) برای یافتن جواب بهینه می بایست سطر یا ستونی که فقط یک صفر دارد را پیدا کرده و بر این مبنا تخصیص صورت گیرد.

در غیر این صورت گام ۴ انجام می شود.

مرحله ۴ – کوچکترین عدد پوشانده نشده را مشخص می کنیم. آن عدد را از تمامی اعداد پوشانده نشده کم و به اعدادی که دو بار خط خورده اند (محل تقاطع خطوط) اضافه و سایر اعداد که دارای یک خط پوششی هستند بدون تغییر باقی می مانند.

مرحله ۵ – تکرار از مرحله ۳



مثال روش مجارستانی

به منظور بازرسی شعب بانک های پنج استان مختلف از پنج تیم بازرسی که در استانهای دیگر قرار دارند استفاده می شود. هزینه اعزام هر تیم بازرسی به هر استان مطابق جدول زیر است. تخصیص بهینه تیم ها به استان های مربوطه را به گونه ای تعیین کنید که هزینه اعزام تیم ها حداقل گردد.

استان \ تیم بازرسی	A	B	C	D	E
۱	۲	۴	۵	۱	۴
۲	۴	۷	۸	۱۱	۷
۳	۳	۹	۸	۱۰	۵
۴	۱	۳	۵	۱	۴
۵	۷	۱	۲	۱	۲



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۴

مدل تخصیص

موارد خاص (غیر استاندارد) مدل تخصیص

دکتر علیرضا شاقوزایی

مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



موارد خاص (غیر استاندارد) مدل تخصیص

مدل استاندارد مدلی است که تابع هدف آن حداقل کردن (Min) هزینه کل تخصیص n شیء به n مکان باشد. موارد خاص (غیر استاندارد) در مدل تخصیص عبارتند از:

۱- عدم توازن در مسأله تخصیص

۲- تخصیص ممنوع

۳- جواب بهینه چند گانه

۴- مسأله تخصیص با تابع هدف حداکثر سازی



۱- عدم توازن در مسأله تخصیص

فرض اساسی حل مسأله تخصیص این است که تعداد سطرها و ستونهای ماتریس باید با هم برابر باشند. حال ممکن است مسائلی داشته باشیم که تعداد سطرها و ستونهای آنها با هم برابر نباشند لذا به تعداد تفاوت سطرها و ستون ها، سطر یا ستون مجازی با هزینه های صفر به جدول تخصیص اضافه می کنیم.



۱- عدم توازن در مسأله تخصیص

در این قسمت دو حالت را بررسی می کنیم:

الف) تعداد سطرها بیش از تعداد ستون ها باشد

ب) تعداد ستون ها بیش از تعداد سطر ها باشد



۱- عدم توازن در مسأله تخصیص الف) تعداد سطرها بیش از تعداد ستون ها باشد

در این صورت می بایست به تعداد تفاوت سطرها و ستون ها ی جدول ، ستون مجازی با هزینه های صفر به تابلوی تخصیص اضافه می کنیم . در جدول زیر تعداد سطرها ۴ و تعداد ستون ها ۳ می باشد لذا داریم:

مناطق فروشنده	A	B	C
۱	۴۰	۲۲	۵۰
۲	۱۸	۲۹	۳۸
۳	۱۹	۳۲	۴۴
۴	۲۸	۳۰	۱۴



۱- عدم توازن در مسأله تخصیص (ب) تعداد ستون ها بیش از تعداد سطر ها باشد

چون تعداد سطر ها کمتر از تعداد ستون هاست یک سطر مجازی با هزینه های صفر به تابلوی تخصیص اضافه می کنیم . در جدول زیر تعداد سطر ها ۳ و تعداد ستون ها ۴ می باشد لذا داریم:

مناطق فروشنده	A	B	C	D
۱	۱۲	۱۶	۲۰	۳۲
۲	۲۴	۳۸	۱۸	۱۴
۳	۱۵	۲۸	۴۴	۱۷



۲- تخصیص ممنوع

در مسائل تخصیص در صورتی که با حالتی برخورد کنیم که تخصیص یک منبع به مقصد بخصوص امکان پذیر نباشد چنین حالتی را تخصیص ممنوع گویند. برای حل کافی است برای آن هزینه ای زیاد مانند M در نظر گرفته شود. انجام این کار دقیقاً به مفهوم اضافه شدن M در تابع هدف مسأله برنامه ریزی خطی برای حذف متغیرهای مصنوعی و یا بکارگیری M در مسأله حمل و نقل است.



۲- تخصیص ممنوع

مثال

مسأله تخصیص چهار ماشین به چهار کارگر را در نظر بگیرید. هزینه های تخصیص در جدول زیر داده شده است. ماشین ۳ را نمی توان به کارگر ۱ واگذار کرد. همچنین ماشین ۴ را نمی توان به کارگر ۳ واگذار نمود. جواب بهینه را با استفاده از روش مجارستانی بدست آورید.

ماشین \ کارگر	۱	۲	۳	۴
۱	۵	۵	—	۲
۲	۷	۴	۲	۳
۳	۹	۳	۵	—
۴	۷	۲	۶	۷



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۵
مدل تخصیص
موارد خاص (غیر استاندارد) مدل تخصیص
دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



۳ - جواب بهینه چند گانه

پس از بدست آوردن جواب بهینه برای یک مسئله تخصیص ممکن است تعداد و موقعیت صفر ها در جدول نهایی به گونه ای باشد که بتوان بیش از یک جواب بهینه برای مسئله یافت . هرگاه در جدول نهایی تعداد صفر ها برای سطر یا ستونی بیش از یک باشد امکان وجود جواب بهینه چندگانه وجود دارد.



۳ - جواب بهینه چند گانه

مثال

ماتریس هزینه زیر را در نظر بگیرید. جواب بهینه را با استفاده از روش مجارستانی بدست آورید.

بیمارستان تیم پزشکی	A	B	C	D	E
۱	۲	۴	۳	۵	۴
۲	۷	۴	۶	۸	۴
۳	۲	۹	۸	۱۰	۴
۴	۸	۶	۱۲	۷	۴
۵	۲	۸	۵	۸	۸



۴- مسئله تخصیص با تابع هدف حداکثر سازی

مسائل تخصیص با تابع هدف حداکثر سازی را می بایست به حالت استاندارد

(Min) برگرداند. سپس روش مجارستانی را در حالت (Min) برای آن اجرا کرد.

نکته :

برای تبدیل تابلوی تخصیص با تابع هدف Max به تابع هدف Min از روش های زیر استفاده می شود:

الف) تمام مقادیر سود در ۱- ضرب می شود

ب) تمام مقادیر سود از بزرگترین عدد تابلوی تخصیص کم می شوند



۴- مسأله تخصیص با تابع هدف حداکثر سازی

مثال

تابلوی زیر نشان دهنده متوسط نمره ارزشیابی اعضای هیأت علمی یک دانشکده در چهار درس است. تخصیص بهینه اساتید به دروس را به گونه ای پیدا کنید که متوسط نمره کسب شده توسط اساتید حداکثر گردد.

درس \ استاد	A	B	C	D
۱	۸۰	۷۵	۹۰	۸۵
۲	۹۵	۹۰	۹۰	۹۷
۳	۸۵	۹۵	۸۸	۹۱
۴	۹۳	۹۱	۸۰	۸۴



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۶
نکات مدل تخصیص

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



نکات مدل تخصیص

- ۱- بنیانگذار مدل تخصیص اولین بار **کوهن** در سال **۱۹۵۵** بود.
- ۲- تابع هدف مدل استاندارد تخصیص از نوع **حداقل سازی (Min)** است.
- ۳- در تابلوی تخصیص، مجموع عرضه همواره مساوی با مقدار **سطرها** و مجموع تقاضا همواره مساوی با مقدار **ستون ها** است.
- ۴- در مدل برنامه ریزی خطی معادل مسأله تخصیص مقادیر سمت راست همواره عدد **یک** است.
- ۵- روش مجارستانی برای حل مسأله تخصیص در سال **۱۹۱۶** ابداع شد.



نکات مدل تخصیص

- ۶- جواب بهینه مساله تخصیص با روش مجارستانی در صورتی بدست آمده است که تعداد خطوط **پوشش** با بعد ماتریس **برابر** باشد.
- ۷- اگر تعداد ستونهای تابلوی تخصیص بیشتر از تعداد سطرهای آن باشد باید برای حل مساله به روش مجارستانی سطر **مجازی** ایجاد کرد.
- ۸- اگر مساله تخصیص دارای تابع هدف Max باشد مقدار سود در یک تخصیص ممنوع $(-M)$ است.
- ۹- تعداد متغیرهای اساسی یک مساله تخصیص با n سطر و n ستون در تابلوی سیمپلکس n است.
- ۱۰- مدلی که تمام متغیرهای آن از نوع صفر و یک باشند یک مدل **تخصیص** است.



نکات مدل تخصیص

۱۱- هزینه تخصیص در یک تخصیص غیر ممکن برابر است با M

۱۲- در یک تابلوی تخصیص $n \times n$ (n بعدی) تعداد جواب های امکانپذیر $n!$ است.

۱۳- در روش حمل و نقل برای حل مساله تخصیص، تعداد متغیرهای اساسی مساوی با $m + n - 1$ است.

۱۴- در مدل تخصیص، تخصیص ها حالت **یک به یک** دارند.

۱۵- جواب بهینه مدل تخصیص در فرم برنامه ریزی خطی همواره **عدد صحیح صفر و یک** است.

۱۶- اگر یک مساله تخصیص دارای ۳ منبع و ۴ مقصد باشد تعداد محدودیت ها **هفت** و تعداد متغیرهای تصمیم مدل **دوازده** است.



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۷
تست های مدل تخصیص

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



تست های مدل تخصیص

۱- کدام یک از گزینه های زیر از ویژگی های مدل تخصیص است؟

الف) مقدار تقاضای هر مقصد یک است ب) مقدار عرضه هر مبدا یک است.

ج) الف و ب د) هیچکدام

۲- در مدل تخصیص، تخصیص ها حالت دارد.

الف) یک به یک ب) یک به دو ج) دو به دو د) دو به یک

۳- اگر یک مساله تخصیص دارای ۳ مبدا و ۴ مقصد باشد تعداد محدودیت ها و متغیرهای تصمیم مدل برنامه ریزی خطی آن چندتا است؟

الف) ۳ محدودیت، ۴ متغیر تصمیم ب) ۴ محدودیت، ۳ متغیر تصمیم

ج) ۷ متغیر تصمیم، ۱۲ محدودیت د) ۱۲ متغیر تصمیم، ۷ محدودیت



تست های مدل تخصیص

۴- جواب بهینه مدل تخصیص در فرم برنامه ریزی خطی همواره است.

الف) پیوسته ب) غیر ممکن ج) عدد صحیح صفر و یک د) عدد صحیح محض

۵- کدام یک از روش های زیر برای حل مساله تخصیص کاربرد دارند؟

الف) شمارش کامل ب) مجارستانی ج) حمل و نقل د) هر سه مورد

۶- کارآمدترین روش حل مساله تخصیص کدام است؟

الف) شمارش کامل ب) مجارستانی ج) حمل و نقل د) سیمپلکس

۷- ماتریس بدست آمده از مرحله یک روش مجارستانی را چه می نامند؟

الف) ماتریس اولیه ب) ماتریس هزینه فرصت

ج) ماتریس هزینه فرصت بهبود یافته د) ماتریس سود

تست های مدل تخصیص



۸- کدام یک از موارد زیر جزء ویژگی های خط پوشش است؟

الف) فقط خط افقی ب) فقط خط عمودی ج) فقط مورب د) افقی یا عمودی

۹- اگر تعداد سطرهای تابلوی تخصیص ۴ و تعداد ستونها آن ۲ باشد تعداد ستون های مجازی چندتا خواهد بود؟

الف) ۱ ب) ۳ ج) ۲ د) ۴

۱۰- در روش مجارستانی مقدار هزینه برای تخصیص ممنوع چقدر است؟

الف) صفر ب) M ج) $-M$ د) یک

۱۱- کدام یک از موارد زیر برای جواب بهینه یک مساله تخصیص امکانپذیر است؟

الف) بهینه چندگانه ب) بدون ناحیه موجه

ج) ناحیه موجه بیکران با گوشه بهینه د) ناحیه موجه بیکران بدون گوشه بهینه



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۸
تست های مدل تخصیص

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



تست های مدل تخصیص

۱۲- برای تبدیل تابلوی تخصیص با تابع هدف Max به تابع هدف Min از کدام روش استفاده می شود؟

الف) تمام مقادیر سود به علاوه M می شود. ب) تمام مقادیر سود در ۱- ضرب می شود

ج) تمام مقادیر سود از بزرگترین عدد تابلوی تخصیص کم می شوند د) ب و ج

۱۳- اگر متغیر تصمیم مسأله تخصیص x_{ij}

و هزینه تخصیص فرد i به شغل j، C_{ij} باشد تابع هدف مسأله تخصیص در فرم برنامه ریزی خطی کدام است؟

الف) $Min Z = \sum x_{ij}$ ب) $Min Z = \sum \sum C_{ij}$ ج) $Min Z = \sum \sum C_{ij} x_{ij}$ د) $Max Z = \sum \sum C_{ij} x_{ij}$



تست های مدل تخصیص

۱۴- جواب بهینه مساله تخصیص زیر با حداقل هزینه برابر است با:

شغل \ فرد	۱	۲
	۱	۲
۱	۵	۴
۲	۴	۶
۳	۵	۶

الف) ۸

ب) ۱۰

ج) ۱۱

د) ۱۲

۱۵) ماتریس هزینه مربوط به تخصیص ۳ فرد به ۳ شغل در جدول زیر آمده است. جواب بهینه این مساله عبارتند از:

شغل \ فرد	A	B	C
	۱	۲	۳
۱	۰	۱	۷
۲	۰	۰	۶
۳	۸	۰	۰

الف) ۱ به A، ۲ به B و ۳ به C

ب) ۱ به B، ۲ به A و ۳ به C

ج) ۱ به A، ۲ به C و ۳ به B

د) ۱ به C، ۲ به B و ۳ به A



تست های مدل تخصیص

۱۶- در حل مساله تخصیص، هدف اتخاذ تصمیمی است که:

- الف) هزینه را حداقل کند ب) سود را حداکثر کند ج) زمان را حداقل کند د) الف و ب و ج

۱۷- جدول زیر، تابلوی یک مدل تخصیص است. این مساله چند جواب بهینه دارد؟

الف) یک ب) دو

ج) سه د) چهار

۱۸- در تابلوی تخصیص زیر، حداقل خطوط پوشش چقدر است؟

الف) ۳ ب) ۲

ج) ۴ د) ۵

	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۳	۸	۰
۲	۷	۰	۰	۳
۳	۲	۰	۰	۱
۴	۰	۰	۱	۰

	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۰	۳	۱
۲	۰	۰	۰	۰
۳	۳	۰	۵	۳
۴	۶	۰	۱	۵



تست های مدل تخصیص

۱۹- یک مدل تخصیص ۵ شغل به ۴ نفر، وقتی به جدول بهینه رسیده است که تعداد حداقل خطوط پوشش آن:

الف) ۶ (ب) ۳ (ج) ۴ (د) ۵

۲۰- اگر تابع هدف یک مدل تخصیص از نوع Max باشد مقدار سود در یک تخصیص ممنوع چقدر است؟

الف) $+M$ (ب) $-M$ (ج) -1 (د) $M-1$



EasyMath4U

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات

تحقیق در عملیات ۲

(رشته های مدیریت و حسابداری)

جلسه ۳۹
تست های مدل تخصیص

دکتر علیرضا شاقوزایی
مدرس ریاضی، آمار و تحقیق در عملیات



تست های مدل تخصیص

۲۱- اگر بخواهیم در خصوص ایجاد یک پل تصمیم گیری کنیم متغیر تصمیم آن کدام است؟

- الف) $X \geq 0$ (ب) $X \leq 0$ (ج) $X \geq 0$ و عدد صحیح (د) ۱ یا ۰ $X = 0$

۲۲- تعداد متغیرهای اساسی یک مساله تخصیص با ۴ سطر و ۳ ستون در تابلوی سیمپلکس چندتا است؟

- الف) ۴ (ب) ۳ (ج) ۶ (د) ۷

۲۳- اگر بخواهیم در خصوص یک ایستگاه آتش نشانی تصمیم گیری کنیم متغیر تصمیم آن کدام است؟

- الف) $X \leq 0$ (ب) $X \geq 0$ (ج) ۱ یا ۰ $X = 0$ (د) $X \geq 0$ و عدد صحیح

۲۴- حل یک مساله با یک ماتریس هزینه 5×5 به روش مجارستانی وقتی به جواب نهایی رسیده است که حداقل تعداد خطوط پوشش:

- الف) مساوی ۱۰ باشد (ب) کوچکتر از ۵ باشد (ج) بزرگتر از ۱۰ باشد (د) مساوی ۵ باشد

۲۵- در مدل برنامه ریزی خطی مربوط به مساله تخصیص مقادیر سمت راست همواره است.

- الف) صفر (ب) یک (ج) صفر و یک (د) مثبت یا منفی

تست های مدل تخصیص

۲۶- تعداد متغیرهای اساسی یک مساله تخصیص با m سطر و n ستون در تابلوی سیمپلکس چندتاست؟

- الف) m (ب) $2n$ (ج) $m+n$ (د) $m-n$

۲۷- تعداد تخصیص ممکن (متغیر تصمیم) در یک مدل تخصیص با ۳ شغل و ۴ فرد چندتاست؟

- الف) ۶ (ب) ۱۶ (ج) ۱۲ (د) ۷

۲۸- یک مساله تخصیص ۴ شغل به ۳ فرد، وقتی به جواب نهایی رسیده است که تعداد خطوط پوشش برابر با:

- الف) ۳ باشد (ب) ۷ باشد (ج) ۴ باشد (د) کمتر از ۴ باشد

۲۹- یک مدل تخصیص برای ۶ فرد به ۴ شغل را با کدام روش زیر می توان متوازن کرد؟

- الف) حذف ۲ فرد به صورت تصادفی (ب) افزودن ۲ شغل مجازی با هزینه تخصیص M

- (ج) حذف ۲ فرد که بیشترین هزینه را دارند (د) افزودن ۲ شغل مجازی با هزینه تخصیص صفر

۳۰- در یک تابلوی تخصیص 5×5 (۵ بعدی) تعداد جوابهای امکانپذیر برابر است با: (روش شمارش کامل)

- الف) ۲۵ (ب) ۵ (ج) ۱۲۰ (د) ۱۰

